



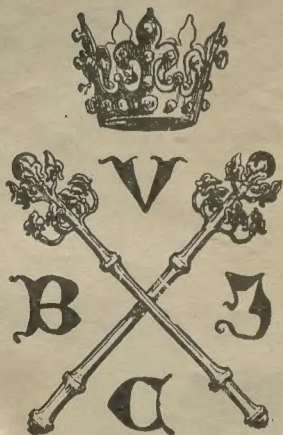
kat. komp.

56367

I

Mag. St. Dr.

P

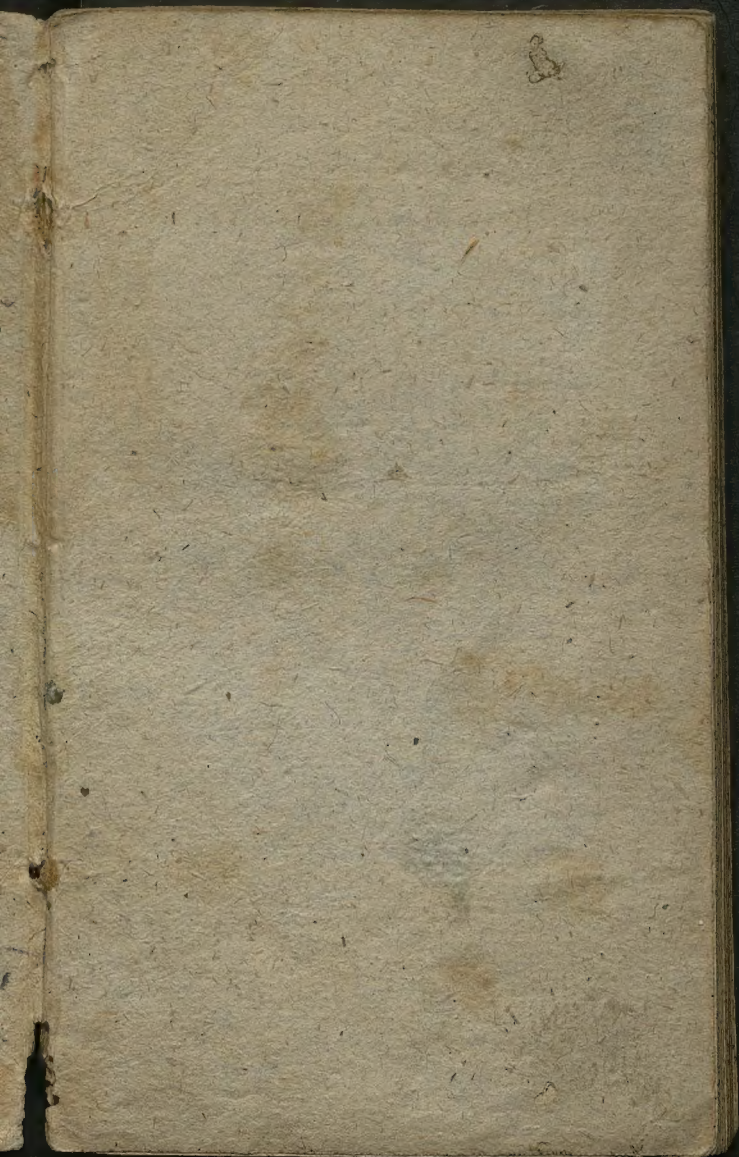


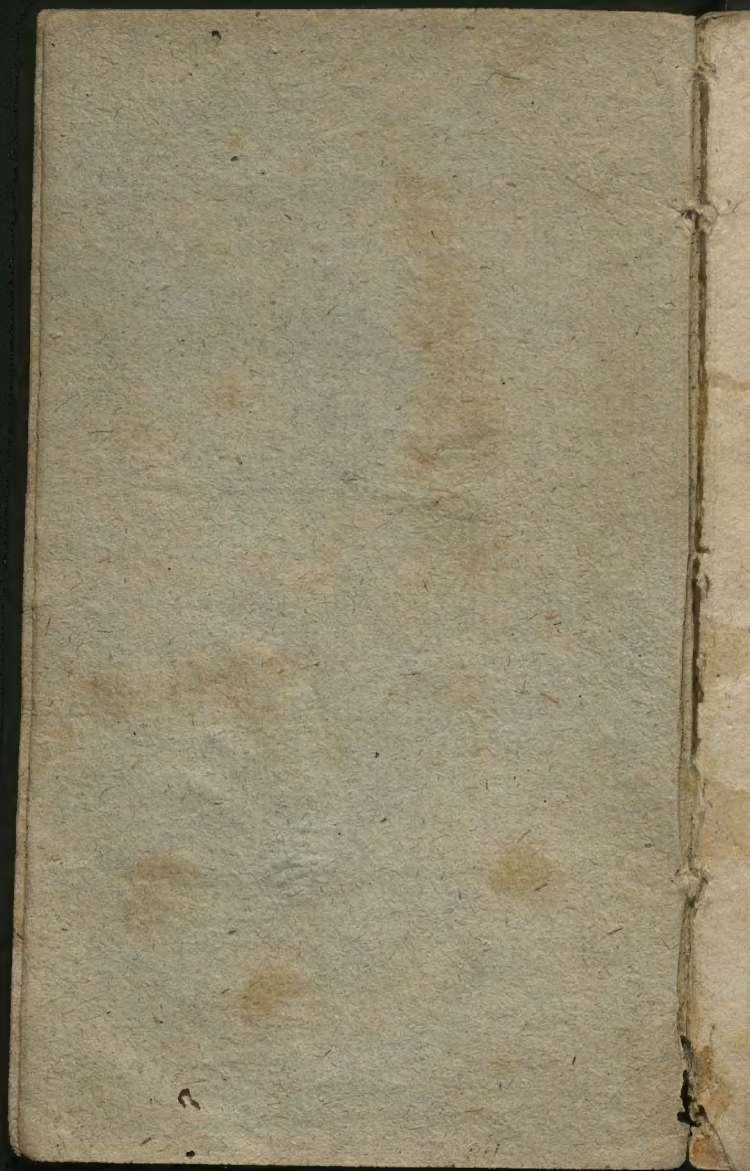
56367

I

*Matern. fol. 1593.*









1897. a. 99

autor: Bielski Sym. X.

AR Y T M E T Y K A  
P R A K T Y C Z N A.

9/1877/208

721877



*Bielski Inym. X. artol.*  
**ARYTMETYKA**  
**PRAKTYCZNA,**  
KROTKIM Y ŁATWYM SPOSOBEM  
PRZEZ PYTANIA,  
DLA WYGODY Y UZYWANIA  
GOSPODARSKIEGO  
ZEBRANA.



w WARSZAWIE 1775.

w Drukarni J. K. M. y Rzeczypospolitey  
u XX. Scholarum Piavum.





# REGESTR.

Rzeczy w tey Książce zawartych.

## NAUKA

*O Arytmetyce w powszechności, y o liczb  
podziale.*

### ROZDZIAŁ I.

- O Rachunkach liczb całkowitych iednego, y  
różnego gatunku Na karcie - - - 3
- §. 1. *O Rachubie, czyli Numeracyi* - tamie.
- §. 2. *O Dodaniu liczb tak iednego, iako y  
różnego gatunku* . . . . . 5
- §. 3. *O Odciąganiu liczb tegoż samego, y ro-  
żnego gatunku* - - - - - 12
- §. 4. *O Rozmnożeniu liczb iednego, y różne-  
go gatunku* - - - - - 20
- §. 5. *O Dzieleniu liczb tak iednego, iako y ro-  
żnego gatunku* - - - - - 32
- §. 6. *Zamyka w sobie ciekawe niektóre za-  
dania, które przez pomienioną prostey  
Arytmetyki reguły ułatwiają się* . . . 50

### ROZDZIAŁ II.

O Rachunkach liczb łamanych.

- §. 1. *O Liczbach łamanych w ogulności, y ich  
właſnościach* - - - - - 59

2.	O Sprowadzaniu liczb łamanych na mniejszy terminy, y o dochodzeniu ich walu, albo ceny	64
3.	O Sprowadzeniu liczb łamanych do jednego Mianownika	70
4.	O Sprowadzeniu liczb łamanych na całkowite, y przeciwie całkowitych na łamane; oraz o ułomkach liczby łamaney	73
§. 5.	O Dodawaniu, y odejmowaniu liczb łamanych	76
§. 6.	O Rozmnożeniu, y podzieleniu liczb łamanych	78

### R O Z D Z I A Ł III.

O Regułach wyższej Arytmetyki.

§. 1.	O Proporcji w powszechności	85
§. 2.	O Regule proporcji, albo trzech pro- stey	89
§. 3.	O Regule proporcji składaney porząd- ney	96
§. 4.	O Regule proporcji wspak obroconey prostey	99
§. 5.	O Regule proporcji składaney wspak obroconey	102
§. 6.	O Regule Towarzystwa	109
§. 7.		



# R E G E S T R

- §. 7. *O Regule wiązania.* - 5
- §. 8. *O Regule domniemania, albo założenia prostego* - 5
- §. 9. *O Regule dwoistego fałszywego założenia* - 131
- §. 10. *Zamyka w sobie rozmaite przykłady, które się przez poprzedzające reguły rozwiązują* - 141

## R O Z D Z I A Ł IV.

### O Wyciąganiu Sciany.

- §. 1. *O Wyciąganiu Sciany czworogrannistej z liczby danej* - 156
- §. 2. *O Wyciąganiu Sciany sześciogranney z liczby danej* - 165
- §. 3. *O Wynaydowaniu liczb średnich nieprzerwanie proporcjonalnych* - 175
- §. 4. *Zamyka niektóre użyteczne zadania, które się przez pomienione Reguły rozwiązują.* - 178

## R O Z D Z I A Ł V.

### O Skokach liczb, czyli progressyach, y o ich Regułach.

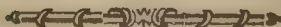
- §. 1. *O Progressyi Arytmetyczney, y Geometryczney w powszechności* - 183

§. 2.

# REGESTR

§. 2.	<i>O Skoku wolnym, czyli Arytmetycznym</i>	186
§. 3.	<i>O Skoku prędkim, czyli Progressyi Geometryczney</i>	183
§. 4.	<i>Zamyka w sobie niektóre ciekawe przykłady, które się przez Progressyę rozciągają</i>	200
§. 5.	<i>O Skoku liczby cudownym, czyli o Regule Kombinacyi</i>	202
	<i>Przydatek użyteczny</i>	205

Na końcu Tablice Regestrowe.





# N A U K A

## *O Arytmetyce w powszechności, y o liczb podziale.*

### 1. CO jest Arytmetyka?

Jest nauka o liczbie i o rachunkach. Liczba, jest to wielość z jedności zebrana : iak 2. 3. 4. 5. Pięć składa się z pięciu jedności. Rachunki zaś, są to teżyż liczby użycie y pożyteczność.

### 2. Wieloraka jest liczba?

Dwoiaka : Rzymska czyli Kościelna, y pospolita czyli Arabska.

### 3. Wiele liczba pospolita zamyka w sobie charakterow, czyli figur Arytmetycznych?

Liczba Arabska zamyka w sobie figur dziewięć; to jest : 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. y zero, czyli cyfrę 0. która sama przez się nie oznacza, ale dodana do innej liczby, tyle ią dziesiątkami pomnaża, ile liczba przed nią położona zamyka w sobie jedności. Tak n. p. (10) jedno y cyfra, znaczy dziesięć. (30) trzy y cyfra, znaczy trzy dziesiątki, czyli trzydzieści; bo 3 przed zero położone, składa się ze trzech jedności.

### 4. Z wielu figur, czyli liter składa się liczba Kościelna?

Z tych siedmiu liter większych : i. v. x. L. c. d. m. i. znaczy jedno. v. znaczy pięć. x. znaczy dziesięć. L. znaczy pięćdziesiąt. c. znaczy sto. d. znaczy pięćset. m. znaczy tysiąc. Tysiąc pisze się jeszcze sak c10. albo tak : ∞.

A

5. Jak

## 5. Jak się ta liczba pomnaża?

Pomnaża się, kładąc jedną figurę po drugiej, n. p.  $\text{III}$ . znaczy: trzy.  $\text{XX}$ . znaczy: dwadzieścia.  $\text{XXXVII}$ . znaczy: trzydzieści siedm.  $\text{LXX}$ . znaczy: siedmdziesiąt.  $\text{CCCXII}$ . znaczy: trzysta dwanaście.  $\text{DC}$ . sześćset.  $\text{MCC}$ . tysiąc dwieście.

Umniejsza się zaś kładąc mniejszą figurę przed większą n. p.  $\text{IV}$ . znaczy: cztery.  $\text{IX}$ . znaczy: dziewięć.  $\text{XXIX}$ . znaczy: dwadzieścia dziewięć.  $\text{XL}$ . znaczy: czterdzieści.  $\text{XC}$ . dziewięćdziesiąt.  $\text{CD}$ . czterysta. Pospoliciey jednak czterysta piszą się tak:  $\text{cccc}$ .

## 6. Wielorako się liczby dzielą?

Czworako.  $\text{I}$ . Na liczbę prostą y składaną.  $\text{II}$ . Na liczbę parzystą y nieparzystą.  $\text{III}$ . Na liczbę iednego, y na liczbę różnego gatunku.  $\text{IV}$ . Na liczbę całkowitą y liczbę łamaną.

Liczba prosta jest ta: która się z iedney tylko figury składa. n. p. 2. 5. 7. 8. Składana zaś jest ta: która się z kilku figur Arytmetycznych składa: n. p. 10. 20. 96. 125.

Liczba parzysta jest ta: która na dwie równe części, czyli przez dwa spełna dzielić się może: n. p. 2. 4. 6. 8. 10. 12.

Liczba nieparzysta jest ta: która się na dwie części równe spełna dzielić nie może: n. p. 3. 5. 7. 11. 13. 17.

Liczby iednego gatunku są te: które wyrażają rzeczy iednego rodzaju n. p. same złote, same funty, same łokcie.

Liczby różnego gatunku są te; które znaczą rzeczy różnego między sobą rodzaju: n. p. złote, grosze, szelągi. Albo: dni, godziny, minuty. Albo: łokcie, ćwierci &c.

Liczba

Liczba całkowita jest ta : która mi rzecz całą wyraża : n. p: cały złoty, cały dzień, cały łokieć.

Liczba zaśłamana jest ta : która mi część tylko rzeczy jakiej wyraża : n. p: trzecią część złotego, ćwierć łokcia ; y wyraża się dwoma liczbami, z których jedna pisze się nad linią, a druga pod linią : n. p;  $\frac{1}{4}$  jednego złotego, waży groszy 10 ;  $\frac{1}{4}$  jednego łokcia, znaczy jedną ćwierć łokcia.

7. Wiele jest powszechnych Arytmetyki części ?

Jest ich pięć : to jest : rachuba, czyli rachowanie (*Numeratio*) dodanie (*Additio*) odcięgnięcie (*Subtractio*) rozmnożenie (*Multiplacatio*) podzielenie (*Divisio*.) Lubo właściwie mówiąc, Numeracya nie powinna się nazywać częścią, ale początkiem y fundamentem całej Arytmetyki ; bo ta w każdą Arytmetyki część wpływa, y bez niej żadna Arytmetyczna robota obeyść się nie może ; bo kto dodaje, rachuje ; kto liczbę rozmnaża, rachuje, y tak daley.

## R O Z D Z I A Ł I.

O rachunkach liczb całkowitych jednego, y różnego gatunku.

§. I.

O rachubie czyli Numeracyi.

1. CO jest rachuba ?

Jest wyrażenie ceny danej liczby ; tak :

12. znaczy dwanaście.



2. Co trzeba wiedzieć. aby cenę daney liczby należycie wyrazić?

*Nayprzód* : Potrzeba wiedzieć : że każda liczba , bierze swoy walor od mieysca , na którym leży. Tak liczba położona na pierwszym mieyscu od prawey ręki , znaczy iedności. Położona na drugim , znaczy dziesiątki ; na trzecim : sta ; na czwartym : tysiące ; na piątym : dziesiątki tysięcy ; na szóstym : sta tysięcy ; na siódmym : milliony ; na osmym : dziesiątki millionow ; na dziewiątym : sta millionow ; na dziesiątym : tysiące millionow , y tak daley.

*Powtore* ; Do łatwego liczby daney wyrażenia , wiele pomoże , całą owę liczbę , zachwawszy od prawey ręki , na części podzielić kryskami , tak , aby w każdey przedziałce trzy liczby zamykały się. Po każdey takowey krysce , idą sta , ztą różnicą ; iż po pierwszej krysce , od prawey ręki , idą sta proste , po drugiej sta tysięcy ; po trzeciej sta millionow , &c.

*Potrzenie* : Jeżeli liczba do zrachowania dana będzie obszernieysza , trzeba procz tego , nad każdą liczbą siódmą , zaczynając zawsze rachować od liczb pojedynczych , kłaść kryskę ; nad pierwszą siódmą 1. nad drugą 2. nad trzecią 3. y tak daley. Jedna kreska będzie znaczyła milliony , dwie : billiony , trzy : tryliony , &c.

Niechay będzie liczba następująca dana do zrachowania :

II      4

5, 925, 624, 970, 503

Tę liczbę namienionym dopiero sposobem dzielę , y mam pięć przedziałek ; że zaś piąta

prze-

przedziałka ma tylko jedną figurę, znać, że tam nie masz stow y dziesiątkow. Potym nad każdą liczbą siódmą kładę znak millionowy; w piątey przedziałce przypadaia billiony. Y tak daną liczbę wymawiam: Pięć billionow, dziewięćset dwadzieścia pięć tysięcy millionow, sześćset dwadzieścia cztery miliony, dziewięćset siedmdziesiąt tysięcy, pięćset trzy złote.

3. Czym te mieysca napełniać, ktore się w wymawianiu liczby opuszczaią?

Napełniać ie potrzeba cyframi. Tak gdy mam wyrazić: dwa milliony, pięćset cztery tysiące, trzydzieści sześć złotych; ponieważ w tym przykładzie nie masz dziesiątkowych tysięcy, y stow prostych, zaczym na ich mieyscu kładę cyfry, y tak daną liczbę piszę:

2, 504, 036.

Podobnież: dwadzieścia millionow, sto trzydzieści tysięcy, czternaście złotych, chcąc wyrazić, mieysca opuszczone cyframi dopełniam, y tak piszę:

20, 130, 014.

## §. II.

*O dodaniu liczb, tak iednego, iako y roznego gatunku.*

4. **C**O jest dodanie czyli Addycya? Jest to wielu liczb w iedną summę zbranie n. p: 2 a 3, a 5, czynią 10.

5. Jak się w Addycyi terminy zowią, y iak się układaią?

1. Liczby, ktore maią bydź zbierane, zowią się liczbby dane. Liczba zaś, ktora z zebra-

brania wynika, zowie się kwota, albo summa generalna. Ze tedy summa powszechna z liczb danych, iak z części swoich istotnie składa się, z tąd wynika, iż części owe spełna w niej mieścić się powinny, tak żeby w summie powszechney, nie ani mniej, ani więcej nad nie, nie znajdowało się. Tak biorąc wspomniony przykład: w summie generalney 10, nie więcej, ani mniej nie znajduje się nad dwa, trzy y pięć, y wszystkie te części z niej odciągwszy, summa cała bez zadney reszty niknie.

II. Liczby dane porządnie układają się iedna pod drugą, to jest: iedności pod iednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, sta pod stami, tysiące pod tysiącami, tym końcem, żeby się tysiące z dziesiątkami, albo z iednościami przez omyłkę niepomieszały.

III. Liczby do zebrania dane tym sposobem ułożywszy, liniyką ie podkryślam, pod którą summę powszechną pisać będę; czym się stanie, iż summy generalney z częściami icy nie zmieszam.

#### 6. Jak się odprawuie Addycja?

Liczby dane, od prawey ręki zaczawszy, zbieram kolumnami do góry; to jest: nayprzod zbieram iedności, y piszę pod iednościami; potym sta, y piszę pod stami, y tak daley. Jeżeli liczby z iedney kolumny zebrane, więcej wynoszą nad dziewięć, to liczbe ostatnią od prawey ręki, czyli poiedynczą, pod liniyką piszę, a dziesiątki razem z następującą kolumną zbieram, czyli dodaję:

*Przykład I.* Chcąc wiedzieć ile lat od założenia Rzymu upłynęło; uważam, iż według Warrona, Rzym był założony na lat 753. przed  
Naro-



Narodzeniem Chrystusa; od Chrystusa zaś Narodzenia upłynęło lat 1775. Układam więc te liczby tak:

Liczby 753  
dane 1775

---

Summa 2528.

Zbieram dane liczby, zaczynając od kolumny pierwszej liczb pojedynczych; y mówię: pięć a trzy, czynią 8, piszę te 8 pod kolumną liczb pojedynczych. Potym idę do kolumny dziesiątkow, y mówię: 7 a 5, czynią 12, piszę pod drugą kolumną 2, a jedno do następującej przenoszę, y mówię: 1 które się zostało, a 7 to 8, a 7, to 15, piszę pod trzecią kolumną 5, a jedno przenoszę do następującej kolumny: y mówię: 1 a 1, są 2, piszę pod ostatnią kolumną. Tym sposobem dane liczby w jedną sumę zebrałem, która mi czyni: dwa tysiące pięćset, dwadzieścia ośm lat. Tyle więc lat od założenia Rzymu upłynęło.

*Przykład 11.* Chcąc wiedzieć, iak dawno świat stoi, tak sobie postępuję:

Od stworzenia świata do Potopu wyszło lat . . . . . 1656.

Od Potopu do zbudowania Kościoła Salomonowego . . . . . 1344.

Od zbudowania Kościoła Salomon: do Narodzenia Chrystusa lat . . . 1000.

Od Narodzenia Chrystusa do roku teraźniejszego . . . . . 1775.

---

Zebrane dane liczby czynią lat: - 5775.

Od Stworzenia więc Świata do roku teraźniejszego; upłynęło już lat: - 5775.

Dotąd o dodawaniu liczb jednego gatunku . . . . . mowi-

# 8      A R Y T M E T Y K A

mowiliśmy, teraz mówić będziemy o znoszeniu liczb różnego gatunku.

7. Jak się czyni Addycya w liczbach różnego gatunku ?

1. Tak iako w liczbach iednegoż gatunku; na to tylko, procz wzwyż opisanego, co do układania liczb, porządku, pomnieć ieszcze potrzeba; ażeby liczby tegoż samego gatunku porządnie iedne pod drugimi w swoich kolumnach pisane były, iako się to zaraz w przykładach pokaże.

11. Jeżeli liczby niższego gatunku zebrane, wystarczają na złożenie liczby wyższego gatunku, zaraz ie do liczb owego gatunku przenoszę, a na ich miejscu pod niższym gatunkiem piszę resztę, od złożenia wyższych liczb pozostałą, albo też cyfrę 0, lub kropkę, kiedy reszty żadney niemasz. Daymy następujący przykład:

	złote.	grosze.	szelągi.
Raz wydałem	12	20	2
Drugi raz	6	24	1
Trzeci raz	15	9	2

---

Summa wydatku    34    24    2

Znoszę dane liczby, zaczynając od nayniższego gatunku, który tu iest szelągów; y mówię: dwa a ieden, są trzy, a dwa, to pięć. Pięć szelągów czynią grosz 1, y szelągów 2, które pod kolumną szelągów podpisuję, a grosz 1 przenoszę do groszów; y mówię: ieden grosz z zebranych szelągów, a 9, to 10, a 4, to 14, podpisuję 4 pod iednościami groszów, a dziesiątek 1 do dziesiątkow przenoszę; y mówię: 1 a 2, są 3, a 2, są 5, pi-

sze

sze całe 54. na stronie. A że 54 groszy, czynią mi złoty 1 y groszy 24, więc 24 pod grószami podpisuję, a złoty jeden do złotych przenoszę; y mówię: 1 złoty pozostały, a 5, są 6, a 6, są 12, a 2, są 14, piszę 4 pod iednościami złotych, a jeden dziesiątek znoszę z następującą kolumną dziesiątkow; y mówię: 1, a 1, są 2, a 1, są 3, piszę 3 pod ostatnią kolumną ku lewey ręce. Wychodzi tedy summa wydanych pieniędzy następująca: złotych 34. groszy 24. szelągów 2.

8. Kiedy ściany do zebrania dane będą bardzo długie, iak sobie ułatwić Addycyą?

Gdy ściany do zbierania dane będą arcy długie, iak się trafia w registrach, które się pułćwiartkami zbierają, tak iż liczb w iedney kolumnie zamkniętych, pamięcią obiać trudno, w ten czas ułatwiając sobie Addycyą, dzielę ścianę iedną na kilka podziałów. Te przedziały nayprzód w summy parcyalne zbieram, a potym też summy parcyalne w iedną generalną summę znoszę. Oto wizerunek tego w następującym przykładzie:

złote:	grosze.	szel.	
20	15	1	Pierwszy przedział
136	24	2	Summa parcyalna
85	10	2	z niego.
14	6	2	
9	16	-	zł. gr: sz:
12	9	1	278 22 2.
34	17	1	
16	6	2	Drugi przedział
7	-	-	Summa parcyalna
12	25	2	z niego.



5	26	1			
52	20	2			
15	15	2			
64	18	1			
19	27	2	zł:	gr:	sz:
6	21	-	235	29	1.

złote. grosze. szel.

43	14	1
7	21	2
10	5	-
13	12	1
4	9	1
14	15	-
20	10	2
2	15	-

Trzeci przedział.

Summa parcyalna  
z niego.

zł: gr: szel:

116 13 1.

631 5 1

Sum: general: z summ  
parcyalnych zebrana.

9. Jak jeszcze bydz może sposob łatwego zbierania scian choćby naydłuższych?

Ten następujący: Zaczynam zwyczajnie rachować do ostatniego gatunku, y wszędzie, gdzie liczby dodane wynoszą dziesięć, na boku kładę kryskę, lub też na innym papierze, zwłaszcza, gdy registra znoszę; resztę od dziesiątka pozostałą, z dalszemi liczbami dodam. Całą kolumnę skończywszy, to co się nad ostatni dziesiątek zostaje, pod tą kolumną piszę. Dziesiątków do przeniesienia na drugą kolumnę tyle mam, ile jest krysek na papierze oznaczonych. Dziesiątki zaś proste, do dziesiątków prostych dodam, dziesiątki stów, do stów, dziesiątki tysięcy, do tysięcy *£tc.* Na koniec z dziesiątków niższego gatunku. tyle liczb  
wyż-

większego gatunku, ile można, złożywszy; resztę pod kolumną dziesiątkową podpisuję: n. p.

złote. grosze. szel:

Dodać złote.

240. 24- 2

12 15 -

126- 18- 1

54 27- 2

-83 12 1

15- 9- 2

4 26 1

18- 8- -

326 Liczby pozostałe  
na dziesiątki.

23 Trzy kryski zebrane z pierwszej kolumny złotych;

556 Dwie z drugiej kolumny złotych;

556. 22 -

### 10. Jaka jest Addycyi proba?

Proba Addycyi gruntowna y niezawodna, czyni się przez Subtrakcyą, o ktorey, że jeszcze nauki nie dało się, więc tę probę niżej wyłożemy, gdy Subtrakcyi robienia kształt ukazany będzie.

Inni doświadczają Addycyi przez wyrzucenie każdej liczby dziewiątej, tak z liczb do zebrania danych, iako y summy; ale ten sposób doświadczania, iż często bywa mylny, dla tego się opuszcza.

Najpowszechniejsza Addycyi proba, i która się w zbieraniu liczb rejestrowych pospolicie zachowuje, jest ta: powtórzyć z uwagą też samą Addycyą, odmienając tryb rachowania, to jest: zbierając kolumny z góry na dół, jeśli się wprzód z dołu do góry zbierały. Jeżeli też sama summa wypadnie, znak jest dobrze y należyście uczynionej Addycyi. Jeżeli zaś summa różna wypadła, to trzeba jeszcze ponowić Addycyą, poki się które summy z sobą nie zgodzą. Nieobiasniamy przykładem

dem tego sposobu próby, bo sam przez się jest jasny.

Insze doświadczenia Addycyi sposoby, które się w Arytmetykach znajdują, pomijamy, iako bardziey Szkolne, niż użyteczne.

### §. III.

#### *O odciąganiu liczb tegoż samego, y różnego gatunku.*

11. **C**O jest odciągnięcie, czyli Subtrakcyja? Jest odciągnięcie liczby mniejszey od większey. Albo: jest wynalezienie między dwiema danemi liczbami przewyżki, czyli różnicy, którą liczba większa, liczbę mniejszą przewyższa. Na przykład: odciągając 2 od 5. Szukam takiey liczby, którą 5 y 2, między sobą różnią się; to jest: która dodana do 2, czyni 5. a odcięta od 5, czyni 2. iako w te-  
rażniejszym przykładzie jest 3.

12. Jak się terminy w Subtrakcyi zowią, y iak się kładą?

1. W Subtrakcyi ta liczba, od ktorey odciągamy, zowie się: większa; ta którą odciągamy, zowie się: mniejsza. Liczba z odciągnięcia wypadająca, zowie się reszta, różnica, albo przewyżka. Liczby do odciągnięcia dane, obydwie iednegoż gatunku byđz powinny, inaczey odciągnaćby się nie mogły. Liczba albowiem mniejsza jest częścią liczby większey, część zaś zawsze powinna byđz podobna rzeczy tey, ktorey jest częścią.

11. Liczba większa kładzie się na wierzchu; liczba zaś mniejsza, kładzie się na spodzie, zachowując w ułożeniu liczb tenże sam porządek,



rzadek, co y w Addycyi; potym obydwie te liczby liniyką podkryślaią się.

13. Jak się daley robi Subtrakcya?

1. Ułożywszy należycie liczby, odciągamy, zaczawszy od końca, kolumnami, jednościami od jednościami, dziesiątki od dziesiątków, sta od stów. Jeżeliby zaś na mieyscu wyższym była cyfra, lub liczba mnieysza od niższej, którą mam odciągać, w ten czas z następującej kolumny pożyczam dziesiątkę, y tę liczbę, od ktorej pożyczalem, naznaczam dla pamięci kropką. Pożyczając od liczby wyższej, ta zmniejsza się jednym; przeciwnie zaś liczbie niższej jedno przyrasta, gdy od niej pożyczam. Gdyby zaś w rzędzie wierzchnym była cyfra, od ktorej trzebaby mi pożyczać, albo ciągiem kilka cyfer, to posiągam się aż do liczby rzeczywistej, y pożyczam jednego dziesiątkę, to jest: albo sta, albo tysiąca; pierwsza cyfra w ten czas, od prawey ręki będzie znaczyła dziesięć, insze zaś cyfry, aż do liczby rzeczywistej, będą znaczyły po dziewięć.

11. Odciągnąwszy liczbę niższą od wyższej, gdy się nic nie zostaje, przy początku rachuby od prawey ręki, kładę cyfrę 0, przy końcu zaś od lewey, kładę liniykę podługową.

*Przykład* 1. Chcąc wiedzieć, iak dawno w Polsce sol ziemna wynaleziona; przypominam sobie z Historyi, iż była odkryta za Bolesława Wstydliwego Roku P. 1251. kładę tedy na wierzchu rok teraźniejszy 1775. a na spodzie rok wzmiankowany 1251. w ten sposób:

Liczba większa	1775.
mnieysza	1251.

---

Reszta                    -524.

Już



wyżey przepisany: n. p. Wziął kto na expens  
złotych 164.

Ztych wydał raz:	-	25
drugi raz:	-	30
trzeci raz:	-	12
czwarty raz:	-	56

Chce wiedzieć wiele mu się ieszcze pieniędzy na expens zostaię.

Parcyalne summy zbieram w iednę, mam zł: 123.

Teraz odciągąm od summy generalney - 164.  
123.

Reszta pieniędzy na expens zł: -41.

Ale iuż podźmy do odciągania liczb różnego gatunku.

15. Kiedy liczby różnego gatunku dane będą do odciągania, iak się czyni Subtrakcyą?

Tak iak w liczbach iednego gatunku. Na to tylko baczność mieć należy, ażeby gatunki pod gatunkami, iak w Addycyi, porządnie pisane były. To uczyniwszy gatunek od gatunku odciągąm, a resztę pod kolumnami swoiemi podpisuję. Jle razy zaś liczba niższa, więkksza będzie od wyższey w tym samym gatunku, a zatym odciągnąć się nie może, w ten czas z następuiącego wyższego gatunku, pożyczam iedności, y zredukowawszy ią na tenże sam gatunek, który odciągąm, znoszę to z liczbami w tymże samym gatunku na miejscu wyższym będącemi, y dopiero od nich liczbę niższą odciągąm. Jaśniej w następuiących przykładach to się okaże:

*Przykład 1.* Piotr winien Pawłowi złotych 64. gr: 12. Wyplacił mu iuż złot: 36. gr: 15.  
szel:

szel: 2. Chcę wiedzieć ile mi jeszcze winien? Kładę większą liczbę w pierwszej linii. a mniejszą w drugiej, tak:

	złote.	grosze	szel.
Liczba większa :	64	12	-
Liczba mniejsza :	36	15	2

Reszta długu:      27      26      1

W tym przykładzie, ponieważ na miejscu wyższym w tym ostatnim gatunku, szelągów nie masz, pożyczam więc od wyższego gatunku, to jest: od groszy, grosza 1, który na 3. szelągi zredukowawszy, odciagam od nich szelągi 2 na miejscu niższym położone, zostaje się szeląg 1. który piszę pod kolumną szelągów. Potym pomykam się do wyższego gatunku groszów. A ponieważ 5. groszy od 1. (gdyżem już od 2 iednego pożyczyl) odciągać nie mogę, pożyczam dziesiątkę, y mówię: 5 od 11. zostaje się 6, które piszę pod pierwszą kolumną groszy. W drugiej kolumnie groszów, ponieważ już nic na miejscu wyższym nie masz (gdyżem iednego dziesiątkę, który tam był, już pożyczyl) y iednego, który leży na miejscu niższym, odciągać nie mogę; zaczym od kolumny złotych pożyczam złotego iednego, y sprowadzam go na groszy 30, toż ieden dziesiątek na dole leżący od 3. odciagam, y zostaje się 2, które piszę pod dziesiątkową groszy kolumną. Naostatek idę do złotych, y ponieważ 6 od 3 odciągnąć nie mogę (bom od 4. pożyczyl 1) pożyczam od następującej kolumny złotych, dziesiątkę; y mówię: 6 od 13, zostaje się 7, które piszę pod liniyką; potym: 3 od 5, zostaje



staie się 2, które także piszę pod linią, postępując ku lewej; y mam wypadającą resztę należącego długu: złotych 27. groszy 26. szeląg 1.

*Przykład 11.* Dano mi na expens złot: 85. Z tych wydałem złotych 54. gr: 24. szeląg 1. Pragnę wiedzieć, wiele mi się jeszcze zostaje?

	złote	grosze	szel:
Liczba większa	85	-	-
Liczba mniejsza	54	24	1.

Reszta pieniędzy: 30 5 2.

W tym przykładzie, ponieważ summa większa nie ma groszy, ani szelągów w szczególności wyrażonych, od którychbym grosze y szelągi w mniejszej liczbie położone odciągnął, przeto w summie większej od złotych, jednego złotego pożyczam, y redukuje go na groszy 30. Z tych 30 groszy, biorę znowu grosz 1, y redukuje go na 3 szelągi; tym sposobem, mam już od czego odciągać wszystkie gatunki w niższej liczbie położone; właśnie iak gdyby liczba większa tak była wyrażona: dane mi złotych 84. groszy 29. szelągów 3. Potym czyni się Subtrakcyą sposobem wyżej podanym.

16. Na co jeszcze w odciąganiu względ mieć potrzeba?

Na to: kiedy się trafi, iż summa zebrana z liczb danych do odciągnięcia, przewyższa sumę, od ktorej należałoby odciągać, co się często w regestrach expensowych trafiać zwykło; w ten czas ułożenie liczb odmieniam tak, żeby summa generalna drugie miejsce trzymała; bo w tym razie nie szukam reszty,

# 18 A R Y T M E T Y K A

ale wydatku nad samę perceptę : n. p. Wzią-  
łem na expens złotych 146. groszy 15. Wy-  
dałem zaś złotych 167. groszy 20.

Układam tak :	złote .	grosze
	167	20.
	146	15.

Wydałem nad perceptę: 21 5.

## 17. Jak się doświadcza Subtrakcyą?

Doświadczenie Subtrakcyi należyćie uczy-  
nionej naygruntownieysze , czyni się przez  
dodanie liczby mnieyszey y różnicy, czyli r-  
szty , która summa liczbie większey równa by łż  
powinna. W subtrakcyi albowiem liczba mniej-  
sza, która się od liczby większey odciąga , y  
reszta po odciągnięciu pozostała, są dwie czę-  
ści istotne ; z których liczba większa, od  
ktorey odciągamy , składa się. Zaczynam sum-  
ma z tych dwóch części między sobą znie-  
sionych wynikająca , daney liczbie większey  
we wszystkim równa być powinna : jeżeli  
zaś z nią nie zgadza się , znak jest omyłki ia-  
kieysis w Subtrakcyi. Doświadczenie to zasadza-  
się na owym *Axyomacie* Geometrycznym:  
Rzecz cała równa jest wszystkim swoim czę-  
ściom wraz wziętym ; y wszystkie części wraz  
wzięte , wyrownywają rzecz całą, ktorey są  
częściami. Niech będzie przykład następujący:

złote grosze szel.

Percepta - - - 45 24 1.

Expensa - - - 32 12 2.

Reszta - - - 13 11 2.

Summa reszty z liczbą  
mnieyszą zniesioney : 45 24 1.

Insze Subtrakcyi proby , iako mniej potrze-  
bne , pomijam. 18.

18 Jak się doświadcza Addycya przez Subtrakcyą o czym wyżej (na kar: 11.) namieniłem?

Sposobem następującym: po uczynioney Addycyi, jedną z liczb pojedynczo danych odcinam, a wszystkie insze, procz niey, zbieram, y od kwoty, czyli summy generalney odcigam. Reszta od summy po odciągnięciu pozostała, powinna być równa we wszystkich swoich częściach liczbie owey jednej z liczb danych odciętej, inaczej, znakby był Addycyi źle uczynioney. Racya tego doświadczenia ta jest: w Addycyi liczby do zniesienia dane, wszystkie w summie generalney zamykają się, a zatem summy owey są częściami tak, że z nich cała istotnie składa się. Dowieść tedy dobrze uczynioney Addycyi, nic innego nie jest, tylko pokazać, iż summa generalna wszystkie liczby dane spełna w sobie zamyka, a zatem liczbom danym we wszystkich swoich częściach zupełnie jest równa. To doświadczenie zasadza się na owej prawdzie niezawodney Geometryczney: Jeżeli z danych dwóch summ, lub rzeczy jakichkolwiek we wszystkim sobie równych, odcięte będą inne we wszystkim między sobą równe summy lub rzeczy, reszty od nich pozostałe równe być powinny. Jako następujący przykład ukazuje y stwierdza:

	złote	grosze	szel.
Odcinam:	24	12	2.
Zbieram:	10	15	1.
	3	21	2,
Summa generalna:	38	19	2.
	Bz		Zbior

złote grosze szel.

Zbior dwóch liczb

niższych :      -    14      7      -

Reszta :      -    24      12      2.

W tym przykładzie ze trzech liczb do znie-  
sienia danych, odciawszy n. p. pierwszą, a dra-  
gie dwie razem zebrane od summy generalney  
odciagnawszy, reszta wypadająca, liczbie  
pierwszey odciętey równa się zupełnie.

*Przeftroga.* Com wyżej w Addycji powie-  
dział, to samo teraz powtarzam, iż najlepszy  
y naypospolitszy sposob doświadczania reguł  
Arytmetycznych należycie uczynionych iest,  
po uczynioney pierwszey rachubie, drugi raz  
onę z zupełną powtorzyć uwagą, rachując z  
góry na dół, ieżeli się przed tym z dołu ra-  
chowało.

§. 4.

*O rozmnożeniu liczb iednego y różnego  
gatunku.*

19. **C**O iest rozmnożenie, czyli multipli-  
kacya?

Jest iedney liczby przez drugą pomnożenie;  
z których liczb iedna tyle razy się powiększa,  
ile razy w drugiej mieści się iedno. Na przy-  
kład: multiplikować 3 przez 2, nic innego  
nie iest, tylko wynaleść taką liczbę, w kto-  
rey tyle razy mieści się 3. ile razy w 2 mie-  
ści się iedno, iaka liczba w tym razie będzie  
6; bo iako iedno w 2, tak 3 w 6, dwa razy  
spełna zamyka się.

20. Jak się liczby, czyli terminy w multy-  
plikacyi zowią, y iak się kładą?

W mul-



W moltiplikacyi ta liczba, która się rozmnaża, zowie się: liczba rozmnożna; ta zaś, przez którą rozmnażam, zowie się rozmnożyciel. Summa z tej moltiplikacyi wynikająca, zowie się: produkt, albo *factum*. Liczba tedy rozmnożna kładzie się na wierzchu; rozmnożyciel zaś kładzie się na spodzie tak, aby jedności jednościom, dziesiątki dziesiątkom, staśom korrespondowały. Potym obydwie te liczby liniąką podkryślaią się. Cyfry na końcu liczby tak rozmnożney, iako y rozmnożyciela, jeśli się iakie znajdują, można przed moltiplikacją odciąć, a potym do produktu na końcu oneż przydać.

21. Jak się odprawuie moltiplicacya?

1. Biorę pojedynczo liczby rozmnożyciela, y przez wszystkie z osobna rozmnażam liczby wszystkie w wyższym rzędzie położone; zaczynając mnożyć od końca, y produkt z nich wypadający niżej liniyki pod kolumnami korrespondującemi tak, iak w Addycyi, piszę. Y gdy wyższą liczbę mnożę przez jedności, produkt zaczynam pisać pod kolumnami jedności, gdy przez dziesiątki, produkt pisać zaczynam pod dziesiątkami, gdy przez sta, to produkt zaczynam pisać pod stami, postępując coraz ku lewey ręce.

2. Jeżeli produkt dla wielu liczb w rozmnożycielu, w wielu zamyka się summach, te znowu liniąką podkryślam, y w iedną summę zbieram, która pokaże mi produkt generalny.

*Przykład 1.* Pytam się: Talerow bitych 45. wiele złotych Polskich uczynią? Ponieważ w iednym talerze iest złotych 8, więc przez 8 daną summę Talerow bitych rozmnażam tak;

B 3.

Liczba

Liczba rozmnożna 45.

Rozmnożyciel 8.

Produkt: - - 360.

Zaczynam Talerów bitych 45, czynią mi złotych 360.

*Przykład 2.* Na jeden tydzień expensując złotych 12, chcę wiedzieć, wiele wydam za tygodni 52? Układam liczby tak:

52 Rozmnożna liczba.

12 Rozmnożyciel.

---

 104

52

---

 624 Produkt.

W tym przykładzie, podkryśliwszy ułożone liczby linią, zaczynam robotę od ręki prawej. y mówię: dwa razy dwa, są cztery, y kładę 4 pod kolumną jedności. *Portore*: mówię: dwa razy pięć, są 10, piszę całe 10 pod kolumną dziesiątkow, występując jednym ku lewej ręce. *Potrzebie*: biorę drugą figurę z rozmnożyciela, która jest na miejscu dziesiątkow; y mówię: raz dwa, są dwa; a że przez drugą figurę rozmnożyciela, daną liczbę mnożę, więc produkt w drugiej linii pisać powinienem; że zaś ta figura rozmnożyciela leży na miejscu dziesiątkow, tedy produkt pod kolumną liczb dziesiątkowych pisać poczynam, y dwa z moltiplicacyi wypadające kładę pod cyfrą 0. *Poczwarte*: mówię: raz pięć, są 5, które pod następującą stow kolumną kładę. To uczyniwszy, ponieważ produkt z rozmnożenia liczb danych zamyka się we dwóch wierszach, przeto podkryślam ie linią, y do  
jedney.

jedney summy znoszę; która na koniec pokazuje mi, że za tygodni 52, wydając na każdy złot: 12, wydam złotych: 624.

*Przykład 3.* Kupując 250. beczek wina, każdą po trzysta złotych, pytam wiele za wszystko należy się?

25/0

3/00

---

75,000

W tym przykładzie odcinam cyfry z liczby rozmnożney y rozmnożyciela, multiplikuję tylko 25 przez 3. Mam produkt 75, do którego przydaje odcięte cyfry, y mam produkt generalny: 7500. złotych, które za 250. beczek wina wypłacić powinienem.

22. Jestże iaki inszy robienia multiplikacyi sposób?

Jest piękny y łatwy przez faktory liczby rozmnażającej. Faktory zaś iakiey liczby, są to te liczby, które wzajemnie między sobą rozmnożone, też samą liczbę rodzą. Tak n. p. liczba 12, ma faktory 3, y 4, albo: 6, y 2, bo te liczby między sobą rozmnożone, rodzą liczbę 12. Podobnie liczby 24, faktory są 4, y 6, albo 3, y 8, bo multiplikując 6 przez 4, wychodzi 24, a multiplikując 8 przez 3, także wychodzi 24. Zaczynam za iedno iest iaką liczbę: n. p. 36 mnożyć przez 24, iak mnożyć przez 4, a ten produkt znowu rozmnożyć przez 6, to iest: przez drugiego faktora. Łacniey zaś iest multiplikować przez iedną figurę, iak przez dwie lub więcej. Y ten iest faktorow pożytek. Niech będzie następujący przykład:

A.

A 254

1524

B 36

6 drugi faktor.

Produkt gen: 9,144. | 9,144

Szukam faktorow liczby 36, y mam z Tablicy Pitagoresa 6, y 6, więc liczbę A. rozumażam nayprzod przez 6, a produkt: 1524. rozmnażam przez drugiego faktora 6. Y mam generalny produkt: 9144. tenże sam, iak gdybym daną liczbę razem przez 36. multiplikował.

23. Jaki jest sposob łatwego liczb multiplikowania?

Łatwego liczb danych rozmnożenia lepszy sposob jest: umieć na palcach liczby rachować; albo mieć przed oczyma tablicę Pitagoresa.

Na palcach tak tak się liczby rachują: każdemu palcowi daie się iedna liczba, to jest uchowemu czyli małemu 1. serdecznemu 2. średniemu 3. skazującemu 4. wielkiemu 5; y iedną liczbę rachuje się na palcach prawey ręki, a druga na lewey. Gdy zaś przyidzie choć w iedney liczbie do 6, zginam palec uchowy, gdy do 7. zginam serdeczny, gdy do 8, zginam średni, gdy do 9, zginam skazujący. Palce zgiete, znaczą dziesiątki, palce zaś proste pozostałe, znaczą jedności. Proste więc między sobą multiplikuję, y do dziesiątkow dodaję, y tak mam cały produkt. Na przykład: chcąc wiedzieć wiele czyni pięć razy siedm: w prawey ręce zginam palec uchowy y serdeczny, y mam dwa dziesiątki, resztę palców stojących multiplikuję, y mówię: trzy razy pięć (bom w lewey żadnego palca nie zgiał) są 15, dodaję do dwóch dziesiątkow, z mam 35. Podobnie chcąc wiedzieć, wiele mi czyni pięć razy dziewięć: zginam w prawey ręce



ręce cztery palce, y mam 4 dziesiątki; proste palce moltiplikuję: raz pięć, są pięć, dodając to razem, y mam 45. Zarownie chcąc wiedzieć, wiele mi uczyni, ośm razy dziewięć? Zginam na iedney ręce zaczynając zawsze od 6, trzy palce, na drugiey 4, y mam dziesiątkow 7. palce proste pozostałe rozmnażam, mówiąc: raz dwa, są 2, znoszę to razem, y mam produkt: 27. y tak daley.

Co się zaś tycze Tablicy Pitagoresa, od swego wynalazcy tak nazwaney, oto ią masz zrobioną y tak iey używaj: Dwoch liczb zadanych, iedney z gory, drugiey z boku bierz kolumnę: owa liczba, na ktorey te dwie kolumny schodzą się, jest należyty iey produkt: n. p. gdy chcę wiedzieć, wiele mi czyni: siedm razy ośm; biorę siedm w pierwszey linii gorney, a ośm w linii poboczney, ktorych liczb kolumny że się schodzą na liczbie 56, zatym 56 jest produktem liczb danych, to jest siedmiu y ośmiu.

TABLICA PITAGORESOWA.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	C.
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
B	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	D

Tablicę Pitagoresa Jan Neper, rodem Szkot, dziwnym przemyśleniem rozmnożył, y na ruchome Tabliczki podzielił, za których pomocą, y naywiększych liczb multiplikacyą y dywizyą bardzo łatwo odprawić można.

24. Jaki tedy jest sposób wielkich liczb mnożenia na tablicach Nepera, y iak ie robić potrzeba?

Tabliczki Nepera robią się tak: z drzewa lub mosiądzu, albo też z tektury robi się dziewięć naywięcey tabliczek podługowatych czworograniestych. Każda z nich równym wymiarem dzieli się na dziewięć kwadratów małych. Te tabliczki znowu liniyka poprzeczna od kąta ręki prawey z góry do kąta ręki lewey nadół, przecinają się na dwa troygrance, procz pierwszej tabliczki, na ktorey naturalnym porządkiem liczby, piszą się, zaczawszy od 1. aż do 9, y zowią się wielorazy.

To uczyniwszy, w troygrance na tabliczkach przez rozcięcie kwadratowe porobione, wpisują się liczby z kolumn tablicy Pitagoresowey tak: aby liczby dziesiętkowe w wyższym troygrancu od lewey ręki, a jedności w niższym od ręki prawey, kładzione były. A że każda podługowata takowa tabliczka jest czteroboczna, zaczym na każdym boku można inne kolumny z tablicy Pitagoresa wpisywać: n. p. na iednym boku kolumnę z pod 1, na drugim kolumnę z pod 2, na trzecim z pod 3, na czwartym kolumnę z pod 4. Tabliczki z tektury ponieważ nie sa czteroboczne, trzeba ich więcey zrobić, iak dziewięć, tym końcem, aby, gdy iedną liczbę brać przydzie kilka razy, łatwo na tychże tabliczkach znaleźć

się

się mogła. Tymże samym końcem, na dwóch lub trzech tabliczkach, same tylko cyfry popisać trzeba, dla zażycia ich, gdy tego potrzeba będzie. Podamy już do ich używania.

Na wspomnianych tedy Nepera Tabliczkach, tak się czyni, mianowicie liczb wielkich multiplikacya. Chcąc n. p: 5836. mnożyć przez 492; biorę najprzód tabliczki: E. H. C. F. na których u wierzchu są liczby: 5, 8, 3, 6. do rozmnożenia dane, y układam je wzdłuż iednę przy drugiej tym porządkiem, iak cena liczb wyciąga. *Powtóre*: biorę tabliczkę A z liczbami naturalnemi, y kładę ją na lewym boku tabliczek już ułożonych, na które y znajdują się liczby 4, 9, 2, z których rozmnożyciel składa się. *Potrzebie*: Poprzeczna kolumna liczby 2. która w rozmnożycielu znaczy iedności, iest produktem z multiplikacyi danej liczby 5836 przez 2. Poprzeczna kolumna liczby 9, która w rozmnożycielu znaczy dziesiątki, iest produktem danej liczby, przez drugą figurę multiplikatora 9. poprzeczna nakoniec kolumna liczby 4, która w rozmnożycielu znaczy sta, iest produktem danej liczby przez trzecią figurę multiplikatora 4.

Teraz zbieram te trzy produkta, a najprzód produkt wynikający z multiplikacyi przez 2, to iest: biorę najprzód z ostatniego troygrańca 2. y piszę ie na osobney karcie, miejscu iedności; potym w następującym poprzecznym podługowatym kwadracie, biorę 1 y 6. które czynią 7. piszę ie na miejscu dziesiątkow. W dalszym podługowatym kwadracie biorę 6, y piszę na miejscu słow; daley w trzecim poprzecznym kwadracie biorę 1 y 0,

co mi czyni 1. piszę go na miejscu tysięcy: naostatek z ostatniego od lewey ręki troygranicę biorę 1, y piszę go na miejscu dziesiątków tysięcy; wychodzi mi cały produkt z moltiplicacyi danej liczby przez 2 : 11672. Tymże sposobem zbieram liczby z poprzeczney kolumny 9, y mam produkt : 52524 : że zaś 9 w rozmnożycielu znaczyły dziesiątki, więc ten produkt zaczynam pisać od kolumny dziesiątków. Naostatek zbieram liczby z poprzeczney kolumny 4, y mam produkt : 23344, y zaczynam go pisać od kolumny stów, bo 4 w rozmnożycielu znaczyły sta :

11672

52524

Te trzy produkta par-

23344

cyalne zebrawszy,  
mam nakoniec da-  
nych liczb produkt  
generalny :

---

 2,871,312




B. D. G. I. K. L.

144

25. Jakie przypadki w mnożeniu liczb różnego gatunku trafić się mogą?

W mnożeniu liczb rozmaitego gatunku, trzy przy-

przypadki trafić się mogą, to jest: 1) albo sama rozmnożna liczba będzie złożona z liczb różnego gatunku, albo sam rozmnożyciel, albo na koniec y rozmnożna, y rozmnażająca liczba będzie w sobie zamykala różne rzeczy ga-

Jak sobie w każdym z tych trzech przypadków postąpić trzeba?

I. W pierwszym przypadku gdy sama rozmnożna liczba, różne gatunki w sobie zamyka, tedy przez rozmnożyciela, który się z jednego gatunku składa, każdy gatunek w liczbie do mnożenia danej multiplikuję, a po ołpawionej multiplikacyi wszystkich gatunków, niższe gatunki na wyższy gatunek sprowadzam, y będę miał produkt zupełny z liczb danych do mnożenia.

*Przykład.* Czerwony złoty podług świeżey redukcyi, zamyka w sobie złotych 16 y groszy 22. pytam czerw: złotych 12. wiele złotych uczynią? Układam sobie dane liczby podług wzwyż przepisanego prawa, a rozmnożyciela pod obydwoma gatunkami podpisuję, tym sposobem:

	złote.	grosze.
	16.	22.
Czerw: złotych	12.	12.

Produkt złotych: 192. 264. groszy.

Groszy 264: sprowadziwszy na złote, dzieląc przez 30. groszy, mam złotych 8. y groszy pozostałych 24. Dodaie złote do złotych, y mam ogółem złotych: 200. y groszy 24. które mi wyszły z czerwonych złotych 12.

II. W przypadku drugim, kiedy rozmnożyciel

ciel z wielu gatunkow, a liczba rozmnożna z iednego składa się, podobnie przez każdy gatunek rozmnożyciela multiplikuję osobno liczbę do mnożenia daną, a poskończoney multiplikacyi, gatunki niższe, na gatunek wyższy zredukowane, pokażą mi produkt generalny.

*Przykład:* Łokieć sukna placąc po złotych 8. gr: 14. pytam wiele dać powinienem za tegoż sukna łokci 26? Układam dane liczby, y dwa razy piszę liczbę rozmnożną, tak:

Łokcie . . . 26.      26.

Złote      -8. gr: 14.

Produkt:      208,      364.

Sprowadzam teraz grosze 364. na złote, dzieląc ie przez 30, y wychodzi mi złotych 12. y groszy 4. Dodaię złote do złotych, y mam cały produkt: złotych 220 gr: 4. które za 26 łokci sukna wypłacić mam.

III. W trzecim przypadku, kiedy tak w rozmnożycielu, iako y w rozmnożney liczbie będą różne gatunki, w ten czas wszystkie gatunki w obydwóch liczbach, na nayniższy gatunek redukuję, y dopiero mając liczby obydwie do iednegoż gatunku sprowadzone, multiplikuję ie między sobą; produkt zaś z rozmnożenia wypacniamy, na naywyższy gatunek redukuję. Oto przykład:

Zarabia kto na dzień złotych 2. groszy 9. pytam ile zarobi przez rok, y dni 20.

W tym przykładzie redukuję nayprzod rok na dni 365; donich dodaię dni 20, y mam wszystkich dni 385. Potym sprowadzam złotych 2. na groszy 60, do tych dodaię groszy 9, y mam razem groszy 69. Nakoniec te li-

czby

czyby zmultiplikowawszy, y na złote sprowadziwszy, wypadnie produkt liczb danych:

385.

69.

---

3465.

2310.

---

Produkt groszy : 26,565.

Grosze te sprowadzam na złote, dzieląc je przez 30, y będę miał złotych 885. a groszy 15. Tyle więc wspomniony rzemieślnik zarobi na rok cały y dni 20. Odcinając atoli święta, w które nie robił, mniej mu zysku wypadnie.

27. Jaki jest sposob na doświadczenie dobrze odprawioney moltiplicacji?

Na doświadczenie dobrze odprawioney moltiplicacji sposob najlepszy jest przez dywizyą, który niżej objaśniemy, gdy o dywizyi dostateczną naukę damy.

*Przestroga.* W moltiplicacji zarowno jest, tę lub owę z liczb danych, w wyższym rzędzie położyć, bo zawsze jedna przez drugą rozmnaża się; atoli zawsze na wierzchu kładzie się większa, iak w przyłączonych przykładach widzieć się daie.

§. 5.

*O dzieleniu liczb tak iednego, iako y różnego gatunku.*

28. **C**O jest dywizya czyli dzielenie?  
Jest wynalezienie liczby takiej, która mi pokazuje, ile razy ze dwóch liczb do podzielenia danych, liczba mnieysza w liczbie większey



wiekszy brać się może : n. p: dzieląc 9 przez 3. wypadnie 3, które mi pokazuje, że 3 w 9 mieścić się trzy razy.

Albo też: dywizya ; jest wynalezienie liczby takiej, która tyle razy zamyka w sobie jedno, ile razy w liczbie podzielnej, dzielnik czyli liczba, przez którą dzielić, mieści się. Tak n. p: dzieląc 8 przez 4, szukam takiej liczby, w której tyle razy zamyka się jedno, ile razy cztery w ośmiu mieści się ; iaka liczba w danym przykładzie jest 2.

29. Jak się liczby w dywizyi nazywają, y iak się kładą ?

1. Z liczb do podzielenia danych, liczba większa, którą mam dzielić, zowie się: liczba podzielna; liczba mniejsza, przez którą dzielić, zowie się dzielnik; liczba nakoniec z dywizyi wynikająca, zowie się: wieloraz *Quotiens* albo *Quotus*.

2. Układają się zaś wspomniane liczby tak : liczba podzielna kładzie się we śródku ; od lewey ręki kładzie się dzielnik, kreską od podzielnej liczby odłączony ; na prawey ręce za kreską kładzie się wieloraz, to wszystko pisze się w jednej linii.

30. Jak się czyni Dywizya ?

*Nayprzod:* Z liczby podzielnej, zaczynając od lewey ręki, ucinam tyle figur, ile ich jest w dzielniku, które jeżeli mniej wynoszą od dzielnika, przydaię im jeszcze jedną następującą figurę ; a dla pamięci kreskę przy niej kładę. Potym uważam, ile razy dzielnik w liczbach odciętych brać się może, y liczbę to wskazującą piszę na prawey ręce, za część pierwszą wieloraza.

*Powtore*: Przez tę część wieloraza multiplikuję całego dzielnika, a produkt wynikający odciągam od figur z liczby podzielney odciętych.

*Potrzebie*: Do reszty, jeżeli się iaka została, która od dzielnika zawsze mniejsza być powinna, składam następującą nową figurę z liczby podzielney, naznaczywszy ją kreską, y uważam znowu, ile razy w tych liczbach dzielnik mieści się; y takową liczbę piszę za drugą część wieloraza.

*Poczwarte*: Przez tę drugą część wieloraza multiplikuję znowu całego dzielnika, a produkt pod liczbami, którem dopiero dzielił, podłożywszy, odciągam go od onychże. Do reszty składam znowu z liczby podzielney następującą figurę, y uważam, ile razy w tych liczbach dzielnik zamyka się; co będzie trzecią częścią wieloraza, przez którą multiplikuję znowu całego dzielnika, y tak dalej czynię, poki wszystkich liczb podzielnych nieprzeydę.

To także wiedzieć potrzeba, iż ile razy nową figurę z podzielney liczby składam, a dzielnik w niey brać się nie może, w ten czas na wielorazie piszę cyfrę, y składam zaraz drugą figurę z liczby podzielney, y obydwie przez dzielnika razem dzielę.

Po skończoney dywizyi, co się od ostatniego odciągnięcia zostaje, wyraża się przez liczbę łamaną, ktorey Licznikiem będzie reszta od ostatniego odciągnięcia pozostała, przydając y te figury, jeżeli ktore przed dywizyą odcięte były. Mianownikiem zaś będzie cały dzielnik; y z tąd to rodzą się łamane liczby.

*Przy-*

*Przykład; 1.* Oyciec zostawie 5. synom 14675. złotych; pytam wiele na każdego przypadnie? Układam liczby według daney nauki:

Dzielnik.	Liczba podz:	Wieloraz.
5	14,6,7,5, 10	2935.
	<hr/> -46	
	45	
	<hr/>	
	- 17.	
	15	
	<hr/>	
	- 25	
	25	
	<hr/>	
	- -	

W tym przykładzie , ponieważ dzielnik 5 w 1. brać się nie może, zaczym odcinam dwie figury z liczby podzielney , y mówię : 5 w 14, zamyka się dwa razy, piszę 2 za pierwszą część wieloraza , y rozmnożywszy 2 przez 5. czynią 10, ten produkt odciągamy od pierwszych dwóch figur liczby podzielney , y zostaje mi się 4. do których składam następującą figurę 6 z liczby podzielney , y mówię : 5 w 46. mieści się 9 razy; piszę 9 za drugą część wieloraza , a zmnożywszy dzielnika 5 przez 9, wypada 45, ten produkt odciągamy od 46. zostaje się 1, składam do niego następującą figurę 7 z liczby podzielney , y mówię : 5. w 17, biorę razy 3, piszę to 3. za trzecią część wieloraza ; a rozmnożywszy dzielnika 5. przez 3, wychodzi 15. produkt ten odciągamy od 17, zostaje się 2, do których składam z liczby podzielney ostatnią figurę 5, y mówię : 5 w 25. zamyka się

C2

się 5. razy, piszę 5 za czwartą część wielora-  
za, y rozmnożywszy 5. przez 5, wynika 25.  
które odciągając od 25, nic się nie zostaje. Z  
owey tedy summy przypadnie każdemu Synowi  
po złotych: 2935.

*Przykład II.* Kupiłem postaw sukna czyli  
łokci 32. za złot: 258. Chcę wiedzieć po wie-  
le złotych każdy łokieć przypadnie?

Dzielnik. Liczba podz: Wieloraz.

32	258	$8\frac{1}{32}$
	256	
	---	
	2	

W tym przykładzie ponieważ się po odcią-  
gnięciu 2 zostały, piszę je przez frakcyą, spo-  
sobem wyżej podanym  $\frac{2}{32}$ . Za każdy więc ło-  
kieć przypadnie po złot: 8, y po dwie części  
jednego złotego, podzielonego na 32. części,  
co uczyni około po dwa grosze.

31. Jaki jest sposob skrocenia, y ułatwienia  
sobie dywizyi?

Kiedy na końcu Dzielnika cyfra iedna, lub  
więcey będzie, w ten czas dla skrocenia y u-  
łatwienia dywizyi, przed zaczęciem rachunku  
mogę je odciąć; tyleż figur, albo cyfer z liczby  
podzielney od końca odcinając.

*Przykład I.* Groszy 12840, chcąc reduko-  
wać na złote: dzielę tę summę przez 30, bo  
ieden złoty tyle groszy w sobie zamyka.



Dzielnik.	Liczba podz:	Wieloraz.
3(0	12,8,4,(0	428.
	12	
	<hr/>	
	-- 8.	
	6	
	<hr/>	
	24.	
	24	
	<hr/>	
	--	

W tym przykładzie odcinam cyfrę, y w dzielniku, y w liczbie podzielney; y dzielę tylko przez 3, co mi jest daleko łatwiej, aniżeli przez 30. Wieloraz zaś bynajmniey się przez to nieodmienia, bo ile się figur odeymie dzielnikowi, tyleż y liczbie podzielney, zaczynam żadną się im krzywda nie czyni.

*Przykład II.* Chcąc wiedzieć: dni 164, ile mi uczynią miesięcy; dzielę daną liczbę przez 30.

Dzielnik	Liczba podz:	Wieloraz
3(0	16(4	5 $\frac{1}{3}$
	15	
	<hr/>	
	-1.	

W tym przykładzie ponieważ po odciągnięciu zostało się iedno, składam do niego 4 odcięte, y piszę za licznika; a całego dzielnika kładę za mianownika tak:  $\frac{1}{3}$ . Wspomnione więc dni uczynią mi miesięcy 5, y ieszcze się zostaje dni 14.

32. Jak inaczej można czynić dywizyą?

Można także czynić dywizyą przez faktory dzielnika. Faktory zaś iakiej liczby, iakośmy wyżej w moltiplikacyi powiedzieli, są to te liczby, które między sobą rozmnożone, też samą liczbę rodzą. C<sub>3</sub> Przy-

*Przykład.* Na 240 włoki nakazano prowian-  
tu żyta korcy 30 czyli garcy 960. Chce wie-  
dzieć Kommissarz ile na każdą włokę garcy  
wypadnie?

$$\begin{array}{r}
 \text{Dzielnik } 24(0 \quad \text{Faktor I. } 6 \left| \begin{array}{l} 9,6,(0 \\ 6 \end{array} \right| 16, \\
 \hline
 36 \\
 36 \\
 \hline
 - - \\
 \text{Fakt: II. } 4. \left| \begin{array}{l} 16, \\ 16 \end{array} \right| 4. \\
 \hline
 - -
 \end{array}$$

W tym przykładzie odcinam nayprzod cyfrę z dzielnika y z liczby podzielney. Potym co-  
bym miał dzielić daną liczbę 96 przez 24,  
dla łatwiejszey roboty, dzielę ją przez fąkto-  
ry dzielnika, 6 y 4, gdyż cztery razy sześć  
czynią 24. To jest: dzielę nayprzod daną li-  
czbę przez iednego faktora czyli przez 6, a  
wieloraz wypadający 16, znowu dzielę przez  
4 drugiego faktora, y wypada mi po 4 garce  
na każdą włokę.

Tego atoli sposobu dzielenia nie zawsze mo-  
żna użyć, lecz tylko w ten czas, kiedy dziel-  
nik na swoich faktorow rozdzielić się może.

Ponieważ naywiększa trudność w dzieleniu  
zachodzi, poznać wiele razy dzielnik zamyka  
się w podzielney liczbie, przeto dla zaczyna-  
jących podam tu niektóre łatwe na to sposoby.

33. Jak tedy można poznać wiele razy li-  
czba mniejsza w większey mieysci się.

Trojakim tego można dochodzić sposobem:  
albo

albo przez tablicę Pitagoresa w liczbach małych; albo przez drabinkę dzielnika przez liczby naturalne rozmnożonego w liczbach przydłuższych; albo nakoniec przez tabliczki Nepera w liczbach wcale obszer-nych.

34. Jak się odprawuie dywizya na tablicy Pitagoresa?

Kiedy dzielnik z iedney tylko składa się figury (albo y z więcey gdyby tablica była rozmnożona) na pierwszej linii wierzchney A C (na kar: 25) biorę figurę dzielnika, podzielną zaś liczbę w teyże linii na doł pociągłej; tym sposobem w pierwszej kolumnie liczb naturalnych A B znaydę wieloraz. Niech będzie przykład następujący:

Na Studentow 6 mając dzielić 42 obrazkow, chcę wiedzieć, wiele się każdemu dostanie?

Biorę 6 w wierzchney linii AC. Podzielney zaś liczby 42 szukam w teyże linii pod 6; a na kolumnie AB od ręki lewey znayduię wieloraz 7. Daley postępuię sobie według wzwyż podanych reguł o dywizyi.

A gdyby się liczba podzielna w linii dzielnika spełna nie znaydowała, biorę mnieyszą liczbę naybliższą: n. p. Dzieląc 26 przez 5, ponieważ w kolumnie 5, nie znayduię 26, biorę liczbę mnieyszą naybliższą czyli 25, y znayduię w kolumnie od ręki lewey na doł ciągłej wieloraz 5, y zostaje się iedno. Takż dzieląc 77 przez 8, będzie wieloraz 9, a zostaje się 5.

35. Jaki jest sposob dzielenia przywiększych liczb przez drabinkę dzielnika?

Sposob ten arcy jest łatwy y użyteczny, y  
na

na tym zależy: ażeby przed zaczęciem dywizyi, dzielnika przez liczby naturalne 1. 2. 3. 4. 5. &c: aż do 9 rozmnożyć, y wszystkie z tey moltiplikacyi produkta wynikające ieden pod drugim pisać, przydając po drugiey stronie liniyki, te liczby, przez które dzielnik był rozmnożany, y będąc miał, y wieloraz na boku, y prawdziwy produkt dzielnika moltiplikowanego, do odciągnięcia go z liczby podzielney. Te albowiem produkta nie innego nie są, tylko dzielnik raz lub dwa razy wzięty, y pokazują mi, ile razy dzielnik w liczbach od liczby podzielney odciętych zamyka się. Oto wizerunek tego w następującym przykładzie:

Dzielnik.	Liczba podz:	Wieloraz.
Produkta iego aż do 9.		
1   162	547,0,3,0,6,2,	337673 $\frac{36}{162}$
2   324	486	
3   486	610	
4   648	486	
5   810	1243	
6   972	1134	
7   1134	1090	
8   1296	972	
9   1458	1186	
	1134	
	-- 522	
	486	

Zostaie się -- 36

36. Jak

36. Jak nakoniec czyni się dywizya na tabliczkach Nepera?

Czyni się w następujący sposób: Chcąc n. p. dzielić: 74056, przez 24, piszę nayprzod te dwie dane liczby na osobney karcie, tak iak się o dywizyi powiedziało. *Powtore*: biorę tabliczki B. D. które na wierzchu mają liczby 2. y 4. z których się dzielnik składa, y układam je wzduż jedną przy drugiej, a tabliczkę A z liczbami naturalnemi kładę na lewym boku. *Potrzeci*: odcinam z liczby podzielney pierwszą część, którą nayprzod przez dzielnika mam dzielić, iaka tu jest 74; a ponieważ wielorazy czyli liczby naturalne w pierwszej tabliczce znajdnią się: 1. 2. 3. 4. 5. &c: pokazują mi w kolumnach poprzecznych sobie przyległych, produkta dzielnika 24 przez 2. 3. 4. &c: moltiplikowanego, iako się z przeszłego pytania, y z samego tabliczek robienia dorozumieć można; uważam tedy w ktorey poprzeczney kolumnie częśćka liczby podzielney 74 mieści się, ktorey że spełna nie znajdnie, biorę mnieyszą naybliższą 72, y zaraz na lewey stronie w tymże rzędzie, mam wieloraz 3, który na osobney karcie piszę. *Poczwarte*: odciągam 72 od 74, czyli od pierwszej części liczby podzielney, zostaje się 2. *Popiąte*: do tych 2 składam drugą część liczby podzielney cyfrę 0, y mam 20, w ktorey że dzielnik 24 brać się nie może, zaczym za drugą część wieloraza piszę 0, a z liczby podzielney składam następującą figurę 5, a tak mam 205. *Poszoste*: uważam znowu w ktorey poprzeczney kolumnie tabliczek dzielnika kilka razy wziętego wyrażających, ta liczba 205, lub iey mnieysza nazbliż-

sza



sza mieysci się, y znayduię naybliższa w osmey kolumnie 192, a przy niey w pierwszej tabliczce wieloraz 8, co będzie trzecią częścią wieloraza. *Posiodme*: odcinam 192 od 205, zostaje się 13, do których składam ostatnią figurę 6 z liczby podzielney, y mam 136. *Po osme*: szukam tedy liczby w kolumnie poprzeczney, y znayduię naybliższą 120, a przy niey w pierwszej tabliczce będzie 5, które piszę za czwartą część wieloraza. *Na ostatek*: odcinam 120 od 136, y zostaje się mi 16 na liczbę łamaną. Daney tedy liczby wieloraz iest ten: 3085.

A. B. D.

1	2	4
2	4	8
3	6	12
4	8	16
5	10	20
6	12	24
7	14	28
8	16	32
9	18	36

$$\begin{array}{r|l}
 24 & 74,0,5,6, \\
 & 72 \\
 \hline
 & -205 \\
 & 192 \\
 \hline
 & -136 \\
 & 120 \\
 \hline
 & -16.
 \end{array}
 \quad 3085\frac{16}{24}$$

Ukaza-

Ukazawszy różne dzielenia sposoby, podźmy już do dywizyi liczb różne gatunki rzeczy w sobie zamykających.

37. Wieloraki w dzieleniu liczb różnego gatunku trafić się może przypadek?

W dzieleniu liczb rozmaitego gatunku podobnie iak w moltiplicacyi, troiaki trafić się może przypadek: bo albo sama liczba podzielna będzie w sobie zamykała rzeczy różnego gatunku; albo sam dzielnik; albo nakoniec y dzielnik y liczba podzielna będzie złożona z liczb różnego gatunku.

38. Co tedy w pierwszym, drugim, trzecim przypadku czynić potrzeba?

W pierwszym przypadku, kiedy sama tylko liczba podzielna, z różnych składa się gatunkow, a dzielnik z iednego, to wyższy gatunek liczby podzielney (ieśli nie iest mniejszy od dzielnika) dzielę przez dzielnika, resztę zostaiącą sprowadzam na niższy następujący gatunek, który znowu przez tego samego dzielnika dzielę, y tak daley.

*Przykład.* Na cztery Corki dzielę złotych 23650. y gr: 16; wiele się kaźdey dostanie?

Dzielnik	Liczba podzielna		Wieloraz
	złote.	grosze.	złote.
4.	23,6,5,0,	16	5912
	20	60	
	- 36	4   7,6,	grosze.
	36	4   4	19
	- - 5	36	
	4	36	
	10	- -	
	8		
	2		

W tym

W tym przykładzie dzielię najprzód daną sumnę złotych przez 4, y zostaje się mi złotych 2. te redukuje na groszy 60, dodaję do 16 groszy, y mam razem groszy 76, dzielię to przez 4, y nic mi się nie zostaje. Dla każdej tedy przyidzie z owej summy po złotych 5912. y po groszy 19.

Gdyby zaś najwyższy gatunek liczby podzielney był mniejszy od dzielnika, to się wprzód redukuje na niższe gatunki, dopieroż się dzieli.

*Przykład.* Dał Pan na ubogich 6. złotych 4. y groszy 18 do podzielenia, pytam ile każdemu dać potrzeba?

Tu że 4 przez 6 dzielić nie mogę, sprowadzam wprzód 4. złot: na gr: 120. dodaję do nich 18, y mam groszy 138, teraz tę sumnę dzielię przez 6:

	złote.	grosze.
6	4	18
	30	
	120	
	18	
6	13,8	23
	12	
	18	
	18	
	--	

Każdemu więc ubogiemu dostanie się po groszy 23.

W przypadku drugim, kiedy dzielnik z wielu gatunkow, y w przypadku trzecim, kiedy ydziel-



kie gatunki wyższe sprowadzam na niższe,  
toż czynię dywizyą. Oto robota:

Złote. Talery bite.

$$\begin{array}{r}
 16 \quad 2475 \\
 30 \quad 8 \\
 \hline
 480 \quad 19800 \\
 22 \quad 6 \\
 \hline
 502 \quad 19806 \text{ Złote.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 30 \\
 502 \overline{) 594,1,2,0,} \quad 1183 \text{ Czerw: Złot:} \\
 \underline{502} \\
 -921 \\
 \underline{502} \\
 4198. \\
 4016 \\
 \hline
 -1820 \\
 1506 \\
 \hline
 \end{array}$$

- 314 Grosze pozostałe.

Wypada więc czerwonych złotych 1183.  
złotych 10: groszy 14.

39. Na co jeszcze w dywizyi względ mieć  
potrzeba?

Na to: iż dzielnik w liczbie podzielney ni-  
gdy więcej razy nad dziewięć brać się nie  
możc. *Powtore.* Ta liczba która się po od-  
ciągnięciu produktu od liczb do podzielenia  
wziętych zostaje, większa nad dzielnika, ani  
mu równa byđz nie powinna, ale zawsze  
mniejsza; inaczej byłoby to znakiem, że  
wieloraz mniejszy był wzięty, a niżeli się  
( nale-



należało. *Potrzebie*: Jeżeli po wziętym wielorazie jakim, y rozmnożeniu go przez dzielnika, produkt większy wypadnie, aniżeli ta część z liczby podzielney, od ktorey ten produkt ma się odciągać, znakiem to iest, że wieloraz był nadto wielki wzięty, zatym mnieyszy brać się powinien. *Poczwarte*: Wieloraz tyle mieć powinien figur, ile w liczbie podzielney znayduie się kresek położonych, przed złożeniem z niey figury, dla wynalezienia wieloraza.

40. Jak się doświadcza dywizya?

Dywizya doświadcza się przez multiplikacyą, rozmnażając wieloraz przez dzielnika, a produktowi dodając resztę, ieśli się iaka została; ieżeli ta summa we wszystkim rowna będzie liczbie podzielney, dobrze była uczyniona dywizya. Fundamentem tey proby, iest owe powszechne Arytmetykow *axioma*: *Destruit multiplicatio, quod fecit divisio*, to iest: wieloraz dywizyi przez multiplikacyą, powraca do liczb pierwszych, ktore do dzielenia dane były. Niech będzie przykład 1. dany w dywizyi (na kar: 35.) Wieloraz 2935, rozmnożywszy przez dzielnika 5, produkt wypada rowny liczbie do podzielenia danej.

Dzielnik. | Liczba podz: | Wieloraz.

5	14675 .....	2935  5 Rozmnożyc: <hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/>
		14675 Produkt.

Multiplikacya zaś probuie się przez dywizyą, iakośmy wyżej (na karcie 32 namienili. Ponieważ bowiem według *axioma* Arytmetykow: *Restaurat divisio, quod destruxit multi-*  
*plica-*

*plicatio*, to iest: produkt multiplikacyi przez dywizyą powraca się do liczb pierwszych, które były do mnożenia dane; więc na sprobowanie dobrze uczynioney multiplikacyi, dzielię produkt wypadły przez rozmnożyciela, wieloraz liczbie do rozmnożenia daney rowny bydz powinien, inaczey byłby błąd iaki w rachubie popelniony. Niech będzie przykład 1. (na kar: 21.) w multiplikacyi dany. Produkt wypadły 360, dzielię przez rozmnożyciela 8, wychodzi mi wieloraz 45, rowny we wszystkim liczbie do mnożenia daney:

$$\begin{array}{r}
 45 \\
 8 \quad \cdot \\
 \hline
 8 \overline{) 360} \quad | \quad 45 \\
 \underline{32} \phantom{0} \\
 - 40 \\
 \underline{40} \\
 - -
 \end{array}$$

*Przypisek.* Ponieważ dotąd bardzo często o liczbach y rzeczach różnego gatunku mowiliśmy, y ieszcze nie raz o tym mowić nam przyidzie, zaczym za rzecz arcy potrzebną sądzę, różnych miar, wag y liczb rozmaitych cenę y podziały na mnieysze gatunki, dla wygody Arytmetyki Uczących się, tu położyć. Tak naprzykład:

Cetnar ieden ma w sobie kamieni	-	-	5
Kamień Krakowski ma funtow	-	-	26
Kamień I.wowski ma w sobie funtow	-	-	36
Kamień pospolity ma funtow	-	-	30
Funt ieden ma w sobie łotow	-	-	32
		Łot	

Łot ma gran 6. a kwintle	-	-	4
Uncya ma łotow	-	-	2
Puda siana ma funtow	-	-	40
Łaszt Gdański zboża ma ćwiertni Krakow- wskich	-	-	17
W ćwiertnię Krakowską wchodzi garcy	-	-	42
Korzec ma w sobie garcy	-	-	32
Korzec ma ćwierci	-	-	4
W puł korcu ćwierci 2, a garcy	-	-	16
W ćwierci iedney garcy	-	-	8
Garniec ma kwart	-	-	4
Kwarta ma kwaterek	-	-	4
Bela iedna papieru ma ryz	-	-	10
Ryza papieru ma w sobie liber	-	-	20
Libra papieru ma arkuszy	-	-	24
Bela sukna ma w sobie postawow	-	-	20
Postaw sukna ma łokci	-	-	32
Płotna sztuka ma w sobie łokci	-	-	100
Pułsetek ma łokci	-	-	50
Łokieć ma w sobie ćwierci	-	-	4
Kopa ma w sobie snopow	-	-	60
Mędel ma snopow	-	-	15
Tuzin ma liczby	-	-	12
Grzywna ma w sobie groszy	-	-	48
Grzywna ma w sobie metalu łotow	-	-	16
Sążeń ma w sobie stop	-	-	10
Stopa ma calow	-	-	10
Cal ma liniy	-	-	10
Mila ma stay	-	-	8
Staie ma krokow	-	-	125
Więc mila iedna ma krokow	-	-	1000
Czerwony złoty, według redukcyi Roku 1775, ma złotych 16, groszy	-	-	22½
Taler bity ma złotych	-	-	8
Złoty ma groszy	-	-	30

Grosz ma szelągów	-	-	3
Rok ma Miesiący	-	-	12
Miesiąc ma pospolicie dni	-	-	30
Rok ma dni 365. godzin	-	-	24
Dzień ma z nocą godzin	-	-	24
Godzina ma kwadransy	-	-	4
Kwadrans ma minut	-	-	15

## §. 6.

*Zamyka w sobie ciekawe niektóre zadania, które przez pomienione prostej Arytmetyki reguły ułatwiają się.*

*Zadanie I.* Chcąc wiedzieć, iak dawno Polska stoi, tak sobie postępuję. Historya Polska dzieli się na 4. Epoki znaczniejsze.

I. Od Lecha (ktory przyszedł w Sarma- ckie kraie roku Pańskiego 550.) aż do Popiela II. zamyka w sobie lat	-	290
II. Od Piasta do Ludwika lat	-	542
III. Od Jagiellona do Zygmunta Augusta lat	-	190
IV. Od Henryka Walezyusza do roku tera- źniejszego.	-	203

---

Summa - - - 1225

Zbieram te summy parcyalne, y mam sum-  
mę generalną 1225. Tyle więc lat iuż Polska  
stoi.

Można toż samo zadanie solwować przez  
Subtrakcyą, odciągając od roku terażniejsze-  
go 1775, rok 550, y wypada 1225, to samo,  
co wyżej.

*Zadanie II.* Polacy Wiarę Katolicką przy-  
ieli Roku Pańskiego 965. Chcę wiedzieć, wie-  
le

le lat temu, iak w iednego y prawego Boga uwierzyli y wierzą?

Rok 965. od teraznieyszego odciągamy, y mam lat 810.

*Zadanie III.* Prusy za Kazimierza IV. do Korony Polskiej przyłączone, y na trzy Woiewodztwa podzielone Roku Pańskiego 1466. Pytam wiele lat wyszło od tego złączenia Prus z Polską?

Rok 1466 od teraznieyszego odciągamy, y mam lat: 309.

*Zadanie IV.* Sztuka Drukarska wynaleziona jest roku 1440. Pytam wiele lat od wynalezienia iey upłynęło?

Odcigamy rok 1440 od roku teraznieyszego 1775, y mam lat: 335.

*Zadanie V.* Prochow palących wynalazek przyjsiua Bartoldowi Mnichowi Kolońskiemu około roku 1380. Chcę wiedzieć, iak dawno proch do strzelania wynaleziony?

Rok 1380 od teraznieyszego odciągamy, y mam lat 395, od prochu wynalezienia.

*Zadanie VI.* Jan pyta się mnie, wiele ma lat? y powiada, że się rodził Roku Pańskiego 1745. w Miesiącu Wrześniu, dnia 15 tegoż.

Ja żeby mu należycie odpowiedział; kładę w pierwszym rzędzie na Subtrakcyę, nie rok ten 1775, ktorego się mię o to pyta, ale rok przeszły; ponieważ ten ieszcze się nie-skończył. A że się mnie o to spytał w Miesiącu Listopadzie, dnia 10; po latach kładę miesiące, po miesiącach dnie, w iednev linii.

Podobnież mnieyszą liczbę, którą mam odciągac, czyli rok, ktorego się Jan rodził, iednym zmnieyszam, a resztę dopełniam miesią-



cami od Stycznia aż do tego, którego się urodził, czyli do Września, Tym sposobem:

Lata. Miesiące. Dni.

1774.      11.      10.

1744.      9.      15.

---

-30.      -1.      25.

Ma tedy Jan do dnia dzisiejszego lat 30, miesiąc 1, dni 25. Y tym sposobem lata od czyiego urodzenia dochodzić się zawsze powinny.

*Zadanie VII.* Katarzyna pragnie wiedzieć, którego Chrystusa roku urodziła się; y mówi mi, że ma do dziś dnia lat 29.

Ja 29 od terażniejszego roku 1775. odciągam, y znajduję rok Pański: 1746, którego się Katarzyna urodziła.

*Zadanie VIII.* Z powszechnego Astronomow wymiaru, słońce odległe iest od ziemi na mil Niemieckich: 20,136,600, a Miesiąc na mil: 54900. Pytam iak wielka iest odległość Słońca od Miesiąca?

Odciągam liczbę mniejszą od większej, y mam odległość Słońca od Miesiąca na mil Niemieckich: 20,081,700.

*Zadanie IX.* 2600 żołnierzom mającym wystrzelić 12 razy, wiele ładunkow potrzeba?

Muльтиplikuję liczbę większą przez mniejszą, y mam produkt: 31200. Tyle im więc ładunkow potrzeba.

*Zadanie X.* Ma Oyciec lat 45, Syn zaś lat 12. Pytam ile lat obydwom żyć potrzeba, ażeby Syn miał połowę lat Oycowskich?

Rozmnażam lata Synowskie przez 2; produkt: 24 odciągam od lat Oycowskich 45; reszta

sztą 21 pokazuje, że lat 21 Syn z Oycem pożywszy, będzie miał połowę lat Oycowskich. Bo 45 a 21, czynią 66; a z drugiey strony, 21 a 12, czynią 33. Co jest połową lat 66.

*Zadanie XI.* Obwód czyli Cyrkuł Okręgu ziemnowodnego dzieli się na 360 gradusów; w jednym gradusie jest mil Niemieckich 15. Pytam ile ma mil Niemieckich obwód całej ziemi?

Rozmnażam 360 gradusow przez 15, y mam  
okręgu ziemskiego mił: 5400.

*Zadanie XII.* Podróżny doświadczaiać Arytmetyka, rzecze do niego: dojdź mi przez twe rachunki, wiele mil w tym tygodniu ubiegłem?

Arytmetyk niewiedząc kwoty mil owych, każe je podróżnemu sekretnie mnożyć przez 9, a produkt dzielić przez 3. Wiele razy z tej dywizyi wypadający znowu każe mu mnożyć przez 6. Toż prosi go o wskazanie sobie ostatniego produktu, który sam podzieliwszy sekretnie przez 18, dojdzie do mil ubieżonych kwoty.

Daymy że mil ubieżonych było 30; zmultiplikowawszy ie przez 9, wypada produkt 270, który dzielę przez 3, wychodzi wieloraz 90; ten moltiplikując znowu przez 6, wypada produkt: 540. Ten produkt podzieliwszy sobie sekretnie przez 18, będę miał wieloraz 30; który mi okazuje liczbę mil ubieżonych.

**Zadanie XIII.** Ma Pan roczney intraty: 35900 złotych; ta żeby mu na rok cały wystarczyła, chcę wiedzieć, ile na każdy dzień może expensować?

Dzielię daną summę przez 365 dni, ponieważ rok cały tyle dni w sobie zamyka, y wy-

pada mi wieloraz : 98 złotych, groszy 10, y coś.

*Zadanie XIV.* W fortecy pewney było Husarow y Pancernych: 1470; na Pancernych raz tylko w tydzień przypadała warta. Pytam w e-  
le było Husarow, a wiele Pancernych?

Dzielię 1470 przez 7, z których się tydzień składa; wieloraz pokazuje mi liczbę Pancernych: 210. Wieloraz ten odciągawszy od 1470, resztą pokazuje mi liczbę Husarow.

*Zadanie XV.* Dwóch Braci proszą trzeciego o orzechy, które mu darowano. Na co im tak mowi:

Oyciec połowę, czwartą część ma Matka,  
Szostam dał Siostrze, wy chcecie ostatka?

Z tysiąca dwochset, tylko te mam w ręście,  
Których zgadnawszy liczbę, wszystkie we-  
ście.

Podziel *naprzód*: 1,200 przez dwa, a wieloraz ukaże ci, że Oyciec wziął: 600.

Podziel *powtore*: 1200 przez 4, a wieloraz pokaże ci, że Matka wzięła: 300.

Podziel *potrzebie*: 1200 przez 6, a wieloraz pokaże ci, że Siostrze dostało się 200.

Te Summy parcyalne zniósłszy, summę z nich zebraną 1,100 odciągnij od 1,200. reszta od odciągnięcia pozostała, pokaże, iż jeszcze zostało się mu orzechow 100, które dwom Braci swoim ofiarował.

*Zadanie XVI.* Zgadnąć ile kto w grze kościaney urzucił?

Każ niech ci owę liczbę Gracz podwoi  
tyle razy, ile mu się podoba; n. p: trzy razy,  
cztery razy; potym proś niech ci summę owę  
ukaże, którą ty tyle razy przez 2 podziel,  
ile

ile razy podwoiona była liczba. Wieloraz pokaże ci prawdziwą liczbę urzuconych kości.

Daymy że Gracz urzucił 9, podwaiam, staie się 18; podwaiam znowu, staie się 36; znowu podwaiam, staie się 72; tę summę gdy przez 2, trzy razy podzielisz, bo trzy razy była podwaiana liczba urzucona 9, znaydziesz prawdziwą liczbę 9.

*Zadanie XVII.* Zgadnąć ile kto wygrał?

Każ temu, kto ci zadaie, aby owę liczbę n. p. 15, podwoił, będzie 30, niech przyda do summy, ile zechcesz, byle ta liczba, którą przydaie, parzystą była, n. p. 8. będzie 38; te niech przez 2 podzieli, będzie 19; niech ci dopiero tę summę powie, od ktorey ty odciągnij połowę tego, coś przydał, iak tu 4, reszta pokaże ci liczbę, ktorey szukasz, to jest: 15.

*Zadanie XVIII.* Zgadnąć ile kto z pieniędzy wydał?

Człowiek to mi zadający, niech sobie pomyśli pieniędzy ile chce n. p. złot: 10. Tę summę, która zawsze parzysta być powinna, niechay potroi, będzie 30, potroioną niechay przez 2 podzieli, będzie 15. tak zmniejszoną niechay przez 6 rozmnoży, wypadnie produkt 90. Niechay ci tę summę wyiawi, którą gdy przez 9. podzielisz, wypadnie ci liczba wydanych pieniędzy: złotych 10.

*Zadanie XIX.* Zgadnąć ile kto ma pieniędzy, albo obrazków, albo fantów iakich, albo ile sobie na umyśle wystawił?

Kto ma rzecz iaką, albo ią sobie na umyśle wystawuie, niech ią potroi, tak potroioną niech podzieli przez 2. jeżeli ią dzielić speł-

na

na można, jeżeli nie, niechay doda iedno; potym znowu tę połowicę niechay potroi, tak potroioną niech znowu dzieli przez 2, dodając iedno, ieśli potrzeba; naostatek niechay 9 tyle razy, ile można, odciągnie, y niech ci liczbę odrzuconych dziewiątkow powie, Ty za każdy dziewiątek odrzucony, pisz 4, a za pożyczoną iedność, pisz iedno, ieśli raz pożyczono; ieśli dwa razy, pisz 2; y tym sposobem dojdziesz liczby, ktorey szuszuksasz. N. p. myślę sobie, że mam złotych 5, potraiam, będzie 15, dzielę przez 2, pożyczyszy iednego, będzie 8, potraiam znowu, stanie się 24. dzielę, mam wieloraz 12, odrzucam 9. raz. Ja więc za odrzucony dziewiątek raz, pisze 4, a za pożyczoną iedność, piszę iedno, y mam 5, ilem sobie pomyślił.

*Zadanie XX.* Zgadnąć o ktorey godzinie wstał kto z łózka?

Sposob robienia tenże sam, co y w przesłym zadaniu. N. p. wstał kto o godzinie 4, potraia to, będzie 12, dzieli przez 2, będzie 6, potraia znowu, stanie się 18. dzieli przez 2, wypadnie 9; 9 z 9 wyrzuca raz, y powiada mi, że raz 9 wyrzucił; ia za ieden dziewiątek wyrzucony piszę 4, y odpowiadam mu, że o czwartey godzinie wstał.

*Zadanie XXI.* Zgadnąć ile wierszy na iakiey karcie znajduie się?

Nayprzod każ sobie rachować wiersze przez 3, ile zbędzie nad liczbę potroyną, tyle razy rachujący niech pisze 70. Potym niech rachuię przez 5, a ile nad 5 zbędzie, niech tyle razy napisze 21. Naostatek niech rachuię wiersze przez 7, y niech tyle razy napisze



15, ile się wierszy nad 7 zostało. Toż dopiero dodawszy te liczby, które z pozostałych wierszów powstały, od summy odciągniesz 105, ile razy będzie można, reszta pokaże ci liczbę wierszy, któreś szukasz. Liczba jednak wierszy, których szukasz, nad 6 większa być powinna. N. p. niech będzie na karcie wierszy 10, rachując przez 3, zostanie się 1, zacznym pisać raz 70. rachując przez 5, nic się nie zostaje, nic więc nie piszę; rachując na koniec przez 7, zostaje się 3, zacznym pisać trzy razy 15 czyli 45. Dodawszy te liczby, wypada summa 115. Odciągam od niej 105, zostaje się 10, którychem szukał.

*Zadanie XXII.* Zgadnąć którego dnia w tygodniu co kto uczynił.

Liczbę dnia tygodniowego, który sobie namyśle wystawił, niechay najprzód podwoi, potym tej liczbie podwoionej, niech przyda 5, na koniec tę sumę niech przez 5 rozmnoży, a do produktu niech przyda cyfrę, y niech ci tę sumę wypadłą powie. Ty od summy wypadłej odciągnij : 250, liczba stow pozostała z tego odciągnięcia, ukaże ci dzień tygodniowy. Tak 100 wskaże pierwszy dzień tygodnia czyli niedzielę; 200 drugi dzień tygodnia czyli poniedziałek, y tak daley. N. p. pisałem to w wtóry dzień tygodnia, czyli w poniedziałek; podwajam tę liczbę, będzie 4, dodaję 5, stanie się 9, rozmnażam przez 5, wypadnie 45. przydaję cyfrę będzie 450. Odciągam z tej summy 250, zostanie się 200, które mi ukazują dzień drugi tygodnia czyli poniedziałek. Cyfry bowiem po odciągnięciu zaniedbują się, iakoby ich nie było.

*Zada-*

*Zadanie XXIII.* Zgadnąć liczbę złotych, iaką ktoma przy sobie, lub iakąkolwiek kto sobie pomyśli, inszym sposobem, iak wyżej w Zadaniu XIX.

Do liczby pomyśloney, każ przydać 2, potem każ przydać na końcu 0; do tey summy znowu każ przydać 12, potem na końcu 0. Summę takową każ sobie powiedzieć: od ktorey gdy odeymiesz 320, a potem gdy odrzucisz dwa zero: 00, liczba która się zostaje, jest liczba złotych pomyślona. N. p. niech będzie liczba pomyślona 5, przydawszy iey 2, będzie 7, przydawszy potem 0, będzie 70, znowu przydawszy 12, będzie 82, przydawszy potem 0, będzie 820. Z tey summy gdy odciągniesz sekretnie 320. zostanie się 500; odrzuciwszy dwie cyfry, zostanie się 5, liczba złotych pomyślona.

*Zadanie XXIV.* Zgadnąć w ktorey kto ręce ma do pary złotych, lub inszych fantow, a w ktorey nie do pary?

Każ moltiplikować liczbę złotych, które są w prawey ręce, przez iakąkolwiek parzystą liczbę, n. p. przez 2, albo przez 4, albo przez 6, albo przez inną podobną; liczbę zaś złotych, które są w lewey ręce, każ moltiplikować przez liczbę nieparzystą, n. p. przez 3, albo przez 5, albo przez 7, albo przez inną tym podobną. Toż obydwie te produkta, każ w iedną summę zebrać. Summę tę ze dwóch produktow złożoną; każ sobie powiedzieć, która ieśli będzie parzysta, to jest: ieśli się da rozdzielić na dwie połowy równe, to w prawey ręce jest liczba złotych nie do pary, a w lewey do pary. Jeżeli zaś nie da

się

się rozdzielić na dwie połowy równe, lecz i będzie zostawać, to w prawey ręce, jest liczba złotych do pary, a w lewey nie do pary.

N. p. Niechby w prawey ręce było złotych 4. a w lewey 3. Kazawszy rozmnożyć 4 przez 2, potym 3 przez 3, a te dwa produkta 8 i 9, razem zniósłszy, będzie summa 17, która że się na dwie połowy równe rozdzielić nie da, bo dzieląc 17 przez 2, zostaje się 1, więc w prawey ręce, jest liczba złotych do pary, a w lewey nie do pary, &c.

Dotąd mowa była o liczbach całkowitych, teraz mówić będziemy o liczbach łamanych.

## R O Z D Z I A Ł II.

### *O rachunkach liczb łamanych.*

#### §. I.

#### *O liczbach łamanych w ogulności, y ich własnościach.*

1. **C**O jest liczba łamana czyli frakcyja? Jest część, albo kilka części, rzeczy iakiey na kilka równych części podzieloney. Tak n. p. podzieliwszy złoty na trzy części, gdy mam z tych trzech części dwie, mowi się: że mam dwie części ze trzech, albo dwa ze trzech: co na piśmie tak się wyraża:  $\frac{2}{3}$ .

2. Jak się pisze y wyraża liczba łamana?

Liczba łamana składa się zawsze ze dwóch liczb; z których iedna pisze się nad liniyką, a druga pod liniyką; n. p.  $\frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{2}{3} \frac{4}{5} \frac{1}{11}$ . Y wyraża się tak: iedna ze dwóch albo połowa, iedna ze czterech, dwie z pięciu, cztery z dziesięciu, pięć z piętnastu, to jest cząstek.

3. Jak

## 3. Jak się nazywają te liczby?

Wyższa nad linią położona, zowie się Licznik (Numerator) niższa zaś pod linią, zowie się Mianownik (Denominator) Niższa nazywa się Mianownikiem dla tego, bo mi mianuje, na wiele części rzecz iaka jest podzielona. Wyższa zaś Licznikiem przeto, bo mi liczy, wiele iak mam części z rzeczy podzielney; n. p.  $\frac{3}{4}$  znaczy, że mam trzy części z dziewięciu.

## 4. Wieloraka byź może frakcyja?

Dwoiaka: właściwa y niewłaściwa.

## 5. Kiedy jest właściwa, a kiedy nie właściwa frakcyja?

Kiedy licznik jest mniejszy od mianownika, na ten czas frakcyja jest właściwa, y znaczy mniej, iak jedno całkowite; n. p.  $\frac{2}{3}$  jednego złotego, znaczy mi tylko, iak niżej obaczemy, groszy 12.

Kiedy zaś licznik jest równy mianownikowi, na ten czas frakcyja jest niewłaściwa, y znaczy mi jedno całkowite, n. p. mając  $\frac{3}{3}$  jednego złotego, znaczy że mam cały złoty; bo mam trzy części z tej rzeczy, która na też same trzy części podzielona była.

Kiedy nakoniec licznik jest większy od mianownika, na ten czas frakcyja zowie się takż niewłaściwa, albo zmyślona, y znaczy mi więcej, iak rzecz całą. N. p. mając  $\frac{4}{3}$  złotego, znaczy, że mam y te trzy części, na które złoty był podzielony, y dwie procz tego części drugiego złotego, na takoweż równe części podzielonego; to jest mam złoty jeden cały, y dwie ze trzech części drugiego złotego, to  
jest

jest groszy 20. Y właściwie tak się wyraża :  
 $1 \frac{2}{3}$ . (a)

6. Co jest ułamek liczby łamaney, czyli frakcyi?

Ułamek liczby łamaney, jest to część od sameyże łamaniny czyli frakcyi odcięta. Tak gdy z  $\frac{2}{3}$  odcinam połowę, mowi się: że mam połowę ze dwóch części podzielonych na trzy, y pisze się tak:  $\frac{1}{3}$ . Linijka te dwie frakcyje przedziela i okazuje, że pierwsza frakcyja jest częścią frakcyi następującej. Tak n. p. mając  $\frac{2}{3}$ , dwie części ze trzech jednego złotego, to jest groszy 20, gdy z tych daię drugiemu  $\frac{1}{2}$  połowę, mowi się: że mu dał połowę ze dwóch części podzielonych na trzy jednego złotego, to jest groszy 10.

7. Jakie są znaki Arytmetyczne dla uniknięcia wszelkiego w rachunku zatrudnienia?

Są te następujące wszystkim Rachmistrzom powszechnie:

Znak równości między liczbami jest taki  $=$  n. p.  $a = b$ , znaczy że cena przez literę a wyrażona, równa jest we wszystkim cenie, która się przez b wyraża.

Znak Addycyi jest taki:  $+$ , y nazywa się więcej (plus) co w Polskim języku wyrazić się może przez literę a; n. p.  $2 + 4 = 6$ , znaczy, że

---

[a] Liczby łamane powstają czyli rodzą się, albo z reszty po dywizyi zostającej, iakośmy wyżej namienili; albo kiedy liczba podzielna, mnieysza jest od swego dzielnika; w ten czas bowiem dywizya wyraża się przez frakcyja, dawszy przez środek liniykę: n. p. Chcąc dzielić 5 przez 12, ponieważ liczba podzielna 5 mnieysza jest od dzielnika 12, więc dywizya wyraża się przez frakcyja tak:  $\frac{5}{12}$ , pięć podzielone przez dwanaście.



że dwa a cztery, czynią 6, albo są równe sześciu.

Znak Subtrakcyi jest taki: —, y nazywa się mniej (*minus*) n. p:  $5 - 3 = 2$ , znaczy że pięć zmniejszone trzema, równa się dwóm.

Znak moltiplikacyi jest taki: X n. p:  $5 \times 2 = 10$ , znaczy, że pięć rozmnożone przez 2, równa się dziesięciom.

Znak Dywizyi wyraża się przez frakcyą, w ktorej liczba do podzielenia dana kładzie się za Licznika, a Dzielnik za Mianownika. N. p.  $\frac{8}{2} = 4$ , znaczy, że ośm podzielone przez 2, równa się czterem.

Znak proporcyi rozdzielney czyli względu równego między liczbami jest taki: :: n. p:  $2. 4 :: 5. 10$ , znaczy, że między 2 y 4 też sama zachodzi różnica, tenże sam wzgląd, co między: 5 y 10, to jest: że iako 2 w 4, tak 5 w 10, dwa razy zupełnie mieszczą się.

Znak Proporcyi ciągłej jest taki:  $\therefore$  z samego początku położony. N. p.  $\therefore 1. 2. 4.$  znaczy, że średnia liczba 2, dwa razy się bierze, raz iako 1, (jedno) dwa razy w sobie zamyka, drugi raz iako sama w 4 dwa razy wzajemnie mieści się.

8. Ktore są prawdy niezawodne Arytmetyczne, czyli *Axiomata* do doskonalszego liczby łamanych zrozumienia potrzebne?

Są te trzy następujące:

### A X I O M A T A . I.

Jedno tak się ma do całej łamaniny czyli do frakcyi całej, iak się ma Mianownik teyże frakcyi do swego Licznika. N. p.  $1. \frac{2}{3} :: 3. 2.$  Jedno tak się ma do dwoch części ze trzech, iak

iak się ma Mianownik 3 do Licznika 2. Jedno bowiem jest to rzecz cała niepodzielona, która tak się ma do swoich części przez całą frakcyą wyrażonych, iak się ma Mianownik, toż samo iedno na części podzielone oznaczający, do tychże samych swoich części w Liczniku zamkniętych. Czyli krocey: iak się ma iedno do swoich części, tak się ma toż iedno, do tychże samych części. Obiaśniemy to przykładem: niech będą  $\frac{2}{3}$  dwie ze trzech części iednego złotego, to jest: gr: 20. Złoty więc ieden tak się ma do  $\frac{2}{3}$ , to jest: do gr: 20, które cała frakcyą  $\frac{2}{3}$  wyraża, iak się mają gr: 30, czyli złoty do gr: 20, to jest: iak się ma Mianownik do swego Licznika.

## A X Y O M A II.

**F**Rakcyę, w których Liczniki iednakową do swoich Mianownikow mają proporcycą, są równe y iedney ceny. N. p:  $\frac{1}{2}$   $\frac{2}{3}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{4}{5}$   $\frac{5}{6}$   $\frac{6}{7}$ . Ponieważ w kaźdey z tych frakcyi, Licznik dwa razy zupełnie mieści się w swoim Mianowniku, dla tego wszystkie te frakcyę znaczą połowę.

## A X Y O M A III.

**J**Eżeli tak Licznika iako y Mianownika iakiey frakcyi przez tęż samę liczbę rozmnożę, albo podzielę, waloru frakcyi bynajmniey nie odmienię. N. p. następującey frakcyi  $\frac{2}{3}$  rozmnażając przez 5 tak Licznika 3 iako y Mianownika 6, wypadnie frakcyą:  $\frac{10}{18}$ , która toż samo znaczy, co pierwsza. Podobnież daney frakcyi tak Licznika 3 iak Mianownika 6 dzieląc

ląc przez 3, wynika frakcyja  $\frac{1}{2}$  teyże samey, co y pierwsza ceny.

§. 2.

*O sprowadzeniu liczb łamanych na mnieysze terminy, y o dochodzeniu ich walurow albo ceny.*

9. **W**ielorakim sposobem można frakcyje na najmnieysze terminy sprowadzać, y dla iakiego końca?

Frakcyje na najmnieysze terminy dwoiakiem sposobem można sprowadzać: albo przez miarę powszechną naywiększą; albo przez liczbę na domysł wynalezioną taką, ktoraby mi Licznika y Mianownika spełna dzieliła. Sprowadzając się zaś na mnieysze terminy dla tego, ażeby ie rachować, y ceny ich dochodzić łatwiey y prędzey można było.

10. Co to jest miara powszechna dwoch liczb naywiększa, y dla czego tak się nazywa?

Miara dwoch liczb powszechna naywiększa, jest ta liczba, ktora dwie dane liczby zupełnie y bez najmnieyszey reszty dzieli. N. p. między 6 y 9, miara powszechna naywiększa jest 3; gdyż przez te 3 podzieliwszy 6, wychodzi spełna dwa 2, a podzieliwszy 9, wychodzi 3, także bez najmnieyszey reszty. Podobnie liczb 12 y 15, miara powszechna naywiększa jest 3. Dla tego zaś liczba takowa nazywa się miarą naywiększą, że liczb danych przez nią dzielonych, żadna inna liczba większa nad nią zarownie podzielić nie może.

11. Jak tedy danych dwoch liczb znaleźć miarę powszechną naywiększą?

Znayduie się tym sposobem: liczbę większą przez

przez mnieyszą, a potym przez resztę, Dzielnika do poty dzielę, aż poki nic się z liczby podzielney (wielorazy zawsze porzucając) nie zostanie, ostatni Dzielnik będzie miarą powszechną naywiększą: n. p. Niech będą liczby A y B: ktorych szukam miary powszechney naywiększey:

$$\begin{array}{r|l}
 \text{B. } 136 & \text{A. } 248 \quad | \quad 1 \\
 \hline
 136 & \\
 \hline
 \text{C. } 112 & \text{B. } 136 \quad | \quad 1 \\
 \hline
 112 & \\
 \hline
 \text{D. } 24 & \text{C. } 112 \quad | \quad 4 \\
 \hline
 96 & \\
 \hline
 \text{E. } 16 & \text{D. } 24 \quad | \quad 1 \\
 \hline
 16 & \\
 \hline
 \text{F. } 8 & \text{E. } 16 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 16 & \\
 \hline
 \end{array}$$

Nayprzod tedy liczbę większą A przez liczbę B. dzielę, a wieloraz mimo puściwszy, przez resztę pozostałą C dzielę liczbę mnieyszą B; a porzuciwszy y tu wieloraz, znowu przez zostającą się resztę D dzielę liczbę C; gdzie znowu wieloraz zaniechawszy, przez resztę E dzielę liczbę D; nakoniec przez resztę F dzielę liczbę E; ktora liczba F że bez żadney reszty podzieliła liczbę podzielną E, y nic się po odciągnięciu nie zostało, zaczym 8 dwoch liczb A y B na początku danych, iest miarą powszechną naywiększą, ktorey szukałem; a zatym podzieliwszy przez 8 nayprzod liczbę B 136, wypada mi 17, potym liczbę A

B 136, 248,

248, wypadnie mi 31, bez najmniejszey od podzielenia obydwóch danych liczb reszty, y będę miał:  $136 = 17$ , a  $248 = 31$ , czyli  $\frac{17}{31}$ .

*Przykład II.* Szukam największey powszechney miary między następującemi dwoma liczbami, iedney pod literą K, drugiey pod literą L.

$$\begin{array}{r|l}
 \text{L. } 102 & \text{K. } 438 \quad 4 \\
 \hline
 & 408 \\
 \hline
 \text{M. } -30 & \text{L. } 102 \quad 3 \\
 \hline
 & 90 \\
 \hline
 \text{N. } -12 & \text{M. } 30 \quad 2 \\
 \hline
 & 24 \\
 \hline
 \text{O. } -6 & \text{N. } 12 \quad 2 \\
 \hline
 & 12 \\
 \hline
 \end{array}$$

Między temi dwiema danemi liczbami największa powszechna miara jest 6, przez które dzieląc liczbę L, wypadnie spełna 17, a dzieląc liczbę K wypadnie także bez żadney reszty po podzieleniu 73.

12. Jeżeli po skończoney dywizyi danych liczb zostanie się co, czego to jest znakiem?

Jeżeli po skończoney tym sposobem między dwiema danemi liczbami dywizyi, zostaje się iedno, znak to jest, że liczby dane żadney powszechney miary między sobą nie mają, y zowią się liczby niezmierystne, (numeri incommensurabiles) iako się to daie widzieć w następujących liczbach, pod literami P y Q wyrażonych:



$$\begin{array}{r|l}
 \text{Q. 37} & \text{P. 85} \quad | \quad 2 \\
 \hline
 & 74 \\
 \hline
 \text{R. 11} & \text{Q. 37} \quad | \quad 3 \\
 \hline
 & 33 \\
 \hline
 \text{S. - 4} & \text{R. 11} \quad | \quad 2 \\
 \hline
 & 8 \\
 \hline
 \text{T. - 3} & \text{S. 4} \quad | \quad 1 \\
 \hline
 & 3 \\
 \hline
 & 1
 \end{array}$$

Ze tedy po podzieleniu dwóch liczb P y Q zostaje się 1, znak jest, że owe liczby żadney powszechney miary mieć nie mogą; zaczym przez żadną liczbę podzielić ich tak nie można, aby się od obydwóch nic nie zostało.

Inni szukają także powszechney miary przez Subtrakcyą, odciągając liczbę mnieyszą od więkшей do poty, aż poki liczba, którą odciągamy, y reszta po odciągnięciu, nie będą sobie równe. Liczba po odciągnięciu pozostała będzie miarą powszechną największą: n. p. Szukając miary powszechney między liczbami: 32 y 80; odciągamy 32 od 80, zostaje się 48; od tych znowu odciągamy 32, zostaje się 16; te 16 odciągamy od 32, zostaje się 16, równa reszta liczbie, którą odciągał. Zaczym tą resztą 16 jest miarą powszechną największą danych liczb 32 y 80, przez którą obydwie liczby podzieliwszy, wypadną liczby 2 y 5.

Okazanie czyli demonstracya tej Operacyi przez się jest iawna. Bo przez nieustanne owe liczby mnieyszey od więkшей, czy to przez Dywizyą, czy przez samo naturalne

odciąganie, przyiść naostatek koniecznie musimy do takiej liczby, któraby danych liczb równym była wymiarem, albo przynajmniej wskazała nam, że między danymi liczbami żadney miary powszechney znaleźć nie można.

13. Który jest drugi sposób sprowadzenia liczb danych na mniejsze terminy?

Ten sposób jest bardzo łatwy y prędki, y na tym zawisł, aby spojrzawszy na dane liczby, wynaleść na domysł liczbę taką, któraby mi dane liczby bez żadney reszty dzieliła; jaka liczba nayczęściey trafia się 2, y insze tym podobne: n. p. Te liczby 36 y 96 chcąc na mniejsze terminy redukować, widzę, że przez 2 spełna dzielić się mogą. Dzielę ie więc nayprzod przez 2, wypadną te: 18 y 48. Te znowu dzielę przez 2. wypadną liczby 9 y 24. Te znowu dzielę przez 3, wypadną mi: 3 y 8; daley przez żadną liczbę obydwie razem dzielić się nie mogą. (b)

Fundament tego masz z Axyom: 3.

14. Jak się tedy liczba łamana na naymniejsze terminy sprowadza, nieodmieniałąc by naymniejsze ceny?

Sprowadza się tym sposobem: przez miarę powszechną naywiększą, albo przez liczbę napamięć wynalezioną, tak Licznik iako y Mianownik daney frakcyi dzieli się: wieloraz z Licznika

---

[b] Liczba każda siebie samę raz mierzy, zaczym zażyta bydź może za naywiększą powszechną miarę między sobą y drugą liczbą daną. Tak 7 jest naywiększą powszechną miarą między 7 y 21. Bo 7 podzieliwszy przez 7, wypadnie 1, a 21. podzieliwszy przez 7, wypadnie 3, bez żadney od obojga liczby reszty.

cznika będzie nowym Licznikiem, a wieloraz z Mianownika będzie nowym Mianownikiem. frakcyi nowey, daney we wszystkim rowney, przez Axyom: 3. N. p. frakcyą następującą:  $\frac{60}{96}$  chcąc sprowadzić do najmnieyszych terminow, szukam naywiększey powszechney miary między temi dwiema liczbami sposobem wyżej podanym; y znaydnie 12; przez te 12 dzieląc Licznika 60, wypadnie 5, a dzieląc Mianownika 96, wypadnie 8. Mam tedy nową frakcyą w najmnieyszych terminach:  $\frac{5}{8}$  pierwszej we wszystkim równą.

Toż samo wypadnie dzieląc Licznika y Mianownika przez liczbę na domysł wynalezioną, n. p. przez 3, a potym te wielorazy znowu dzieląc przez 4, będę miał:  $\frac{5}{8}$  iak wyżej.

*Przykład II.* Frakcyą następującą:  $\frac{128}{172}$  chcę sprowadzić na najmnieysze terminy. Przez mtarę powszechną 16, dzielę tak Licznika, iako y Mianownika daney frakcyi, wynika mi nowa frakcyą pierwszej równa:  $\frac{8}{11}$ . Toż samo mi wyniknie, dzieląc też liczby n. p. przez 2, potym przez 4, potym znowu przez 2, będzie nowa frakcyą:  $\frac{8}{11}$  pierwszej równająca się zupełnie.

15. Jak się dochodzi, wiele ktora frakcyą waży?

Dochodzi się tym sposobem: Licznik daney frakcyi moltiplikuje się przez te części, z których się rzecz całkowita składa, a ten produkt dzieli się przez Mianownika teyże frakcyi; wieloraz ukaże mi, co frakcyą owa ważyła: n. p. Chcąc wiedzieć, wiele mi uczynią  $\frac{2}{3}$  dwie z pięciu części iednego złotego? Rozmnażam Licznika 2 przez części złotego, z których się

E; ..... skła-

składa, to jest: przez groszy 30. Wypada mi produkt 60; ten dzielę przez Mianownika 5, wychodzi Wieloraz: 12, który mi ukazuje, że  $\frac{2}{3}$  iednego złotego, znaczą groszy 12.

## §. 3.

*O sprowadzeniu liczb łamanych do iednego Mianownika.*

16. **C**O to jest sprowadzić frakcyą do iednego Mianownika, y na co?

Jest to uczynić, ażeby frakcye różnych Mianownikow mające, iednego potym Mianownika miały, nieodmieniwszy w niczym wewnętrzney swojej ceny, iak się niżej w przykładach pokaże. Dla tego zaś sprowadzają się, aby ie dodawać y odciągać można było; o czym niżej.

17. Jak tedy dane frakcye do iednego Mianownika sprowadzać?

Tym następującym sposobem: niech dędą n. p. te dwie frakcy:  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{3}{4}$ , które chcę do iednego Mianownika sprowadzić. Rozmnażam nayprzod między sobą danych frakcyi Mianowniki, y mam produkt 12, który dwa razy pod linijkami piszę, bo dwie frakcye do iednego Mianownika sprowadzam. Ten produkt dwa razy napisany, będzie pospolitym Mianownikiem nowych frakcyi. Potym szukam nowych Licznikow: rozmnażając Licznika frakcyi pierwszej na krzyż przez Mianownika drugiej, y mam nowego Licznika frakcyi pierwszej  $\frac{8}{12}$ . Toż rozmnażam Licznika frakcyi drugiej na krzyż przez Mianownika pierwszej, y mam nowego Licznika frakcyi drugiej

giey  $\frac{2}{15}$ . Te nowe frakcye pierwszym danym we wszystkim są rowne przez Axyom: 3, y iednego mają Mianownika. Oto przykład:

$$\frac{2}{15} \times \frac{3}{5} = \frac{10}{15} \frac{2}{15}$$

18. Jeżeli więc iakie dwie liczby łamane dane będą, iakie do iednego Mianownika sprowadzać trzeba?

Tymże samym prawie, co wyżej, sposobem. Nayprzod Mianowniki wszystkich frakcyi między sobą rozmnażam, y mam pospolitego dla nowych frakcyi Mianownika. Licznikow zaś nowych tak szukam: rozmnażam na krzyż Licznika pierwszej frakcyi danej, przez Mianowniki inszych frakcyi, procz własnego Mianownika, y będę miał nowego Licznika dla pierwszej frakcyi nowej. Dla wyznalezienia Licznika dla drugiej frakcyi, teyże frakcyi Licznika danego rozmnażam przez dane Mianowniki inszych frakcyi, procz tylko Mianownika własnego, y tak dalej. Niech będą n. p. następujące frakcye:  $\frac{1}{4} \frac{2}{5} \frac{3}{5}$ , które chcę do iednego Mianownika sprowadzić. Nayprzod tedy Mianowniki dane między sobą rozmnażam: trzy razy cztery, są 12; y znowu pięć razy dwanaście, są 60; mam już Mianownika dla nowych frakcyi pospolitego. Teraz szukam Licznika dla pierwszej frakcyi tak: biorę danego Licznika 1; y rozmnażam go przez Mianowniki inszych frakcyi, procz swego, to jest: rozmnażam go przez 4 y przez 5, mam produkt 20, który piszę za Licznika frakcyi pierwszej nowej. Potym rozmnażam Licznika danego drugiej frakcyi 2, przez Mianowniki, procz swego, to jest: przez 3 y przez 5, mam produkt: 30, który piszę za Licznika dru-



drugiej frakcyi nowey. Naostatek rozmnażam Licznika danego frakcyi trzeciej 3, przez inne Mianowniki procz swego, to jest: przez 3 y przez 4; mam produkt 36, który piszę za Licznika frakcyi nowey trzeciej. Mam tedy nowe frakcye z jednakowym Mianownikiem, we wszystkim danym frakcyom proporcjonalnie równe. Oto przykład:

$$\frac{1}{4} \frac{2}{3} = \frac{20}{30}, \frac{30}{30}, \frac{36}{36}.$$

Tym sposobem choćby naywięcej frakcyi mogą łatwo do iednego Mianownika sprowadzić.

19. Jak inaczey można frakcye do iednego Mianownika przywieść, y kiedy?

W ten czas można łatwiey y krocey dane frakcye do iednego Mianownika przywieść, kiedy Mianownik iedney ze dwóch frakcyi spełna dzieli Mianownika frakcyi drugiej; bo na ten czas przez wieloraz, z tey dywizyi wypadający, rozmnożywszy Licznika y Mianownika frakcyi mnieyszey, to jest tey frakcyi, ktorey Mianownik Mianownika frakcyi drugiej spełna podzielił; obydwie łamane liczby będą miały iednakowego Mianownika: na przykład. W tych frakcyach:  $\frac{3}{4} \frac{1}{12}$ , ponieważ Mianownik 4 pierwszy frakcyi zamyka się zupełnie trzy razy w Mianowniku 12 drugiej frakcyi daney; więc przez ten wieloraz 3 rozmnażam Licznika y Mianownika pierwszej frakcyi mnieyszey:  $3 \times \frac{3}{4}$ , mam  $\frac{9}{12}$ , która frakcya tegoż samego ma Mianownika, co y druga  $\frac{1}{12}$ . Oto przykład:

$$\frac{3}{4}, \frac{1}{12} = \frac{9}{12}, \frac{1}{12}.$$

20. Jak poznać można większość iedney frakcyi od drugiej?

Z nau-

Z nauki w tym paragrafie daney łatwo poznać można, iż ta z danych frakcyi jest większa, która ma większego Licznika, sprowadziwszy ie wprzód do jednego Mianownika, iako w danych przykładach widzieć się daie.

§ IV.

*O sprowadzeniu liczb łamanuch na całkowite, y przeciwnie całkowitych na łamane; oraz o ułomkach liczby łamanej.*

21 **J**ak liczbę łamaną na liczby całkowite obrócić?

Kiedy frakcyja Licznika albo rownego, albo większego ma od Mianownika, w ten czas, iako się wyżej powiedziało, frakcyja taka jest niewłaściwa, y przeto obraca się na liczby całkowite bardzo łatwo, tym sposobem: Licznik frakcyi daney dzieli się przez swego Mianownika, wieloraz wypadający pokaże liczbę całkowitą. N. p. mając:  $\frac{4}{5}$  pięć z pięciu części iednego złotego, dzielię Licznika 4. przez Mianownika 5, y wypada ieden złoty. Podobnie  $\frac{16}{8}$  talara bit: znaczy talerow bitych 2.

22. Jeżeli po odprawioney dywizyi co się zostaje, co z tym czynić potrzeba?

Na ten czas reszta pozostała od złożenia liczby całkowitey, kładzie się za frakcyą z tymże samym Mianownikiem, który teraz dzielnikiem był: n. p. Mając  $\frac{16}{8}$  złotego; po uczynioney dywizyi, mam złotych 2  $\frac{3}{8}$ , albo  $\frac{17}{8}$ , iedną ze dwoch części, czyli połowę złotego, to jest: groszy 15. (c)

23.

---

[c] Ztąd uczemy się redukować monety, wagi y miary mniejsze na większe: tak  $\frac{240}{100}$  groszy = złotym 12. Tak  $\frac{8}{4}$  ćwierci = łokciom 2.

23. Przeciwnie iak się liczba całkowita na liczbę łamaną do iakiegokolwiek danego Mianownika przywodzi?

Przywodzi się tak: dana liczba całkowita rozmnaża się przez danego Mianownika, produkt wypadający będzie jego Licznikiem: n. p. Chcę 4 obrocić na liczbę łamaną, ktorey Mianownikiem ma być 5. Rozmnażam daną liczbę całkowitą 4 przez danego Mianownika 5, a produkt wypadający piszę za Licznika, y mam frakcyą  $\frac{20}{5}$  równą we wszystkim daney liczbie całkowitey 4; gdyż 20 podzieliwszy przez 5, wypadną nazad 4 całkowite. Tak chcąc 6 złotych sprowadzić do Mianownika 30; rozmnażam 30 przez 6, wychodzi łamana liczba  $\frac{180}{30}$ , to jest: groszy 180 = 6 złotym. (d)

24. Jedno iak się na frakcyą obraca?

Ponieważ iedno nic nierozmnaża, więc to iedno całkowitey liczbie za Mianownika podkładam, y staie się niby frakcyą. N. p.  $\frac{7}{1} = 7$ .  $\frac{9}{1} = 9$ . Czego niżej w rozmnożeniu y podzieleniu liczb łamanych niemały pokaże się pożytek y używanie.

25. Co tu ieszcze uważać y zachować trzeba?

Kiedy liczba całkowita ma frakcyą przyległą, w ten czas do produktu przydać trzeba Licznika frakcyi daney. N. p. 3 y  $\frac{2}{3}$  chcąc sprowa-

wa-

---

[d] Ztąd uczemy się redukować monety, wagi, y miary większe na mnieysze, rozmnożywszy je przez monety, wagi, y miary mnieysze, ktore w sobie zamykają. Tak Talerow bitych 20, rozmnożywszy przez 8, mam złotych: 160. Korcy 10 rozmnożywszy przez 32, mam garcy: 320.

wadzić do Mianownika 5; po rozmnożeniu 5 przez 3, dodając do produktu 15, Licznika 2, y mam nową frakcyą:  $\frac{17}{5} = 3 \frac{2}{5}$ .

Poydźmy już do ułomków liczby łamaney.

26. Jak ułomki liczby łamaney na iednę prostą frakcyą sprowadzić?

Trzeba rozmnożyć tak Liczniki, iako y Mianowniki między sobą, wypadnie iedna frakcyą pierwszym zupełnie równa: n.p. Z tych dwóch frakcyi:  $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$ , z których pierwsza jest ułomkiem drugiey, chcąc iedną frakcyą zrobić: rozmnam osobno Liczniki między sobą:  $1 \times 2$ ; y Mianowniki:  $2 \times 3$  Produkt z Licznikow 2, będzie nowym Licznikiem, a produkt z Mianownikow 6, będzie nowym Mianownikiem frakcyi tej  $\frac{2}{6}$ , równey we wszystkim danej frakcyi z iey ułomkiem:  $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$ .

27. Jak to można przykładem iakim objaśnić?

Wspomnionym przykładem tak to objaśniam: mając  $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$  iednego złotego, to jest: groszy 10, iednoż jest, iak gdybym miał  $\frac{2}{3}$  tegoż samego złotego. Bo frakcyą  $\frac{2}{3}$  na mnieysze terminy sprowadzona, czyni:  $\frac{1}{3}$ , to jest: groszy 10; a ponieważ  $10 \text{ gr.} = \frac{1}{2} | \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 10$ . Więc groszy  $10 = 10$  groszy.

Toż samo czynić potrzeba, kiedy więcej ułomków iedney frakcyi przydzie na iedną frakcyą zbierać. N.p. następującey frakcyi ułomki:  $\frac{3}{4} | \frac{2}{3} | \frac{1}{2}$ , w iedną zbiwszy, będę miał frakcyą tę:  $\frac{3}{2}$  danym ułomkom zupełnie równą. (e)

§. 5.

[e] Ułomki liczb łamanych ztąd powstają, kiedy iaka frakcyą obraca się w inną do danego Mianownika, a Mianownik pierwszej frakcyi produkt wypadły nie

## §. 5.

*O dodawaniu y odciażaniu liczb łamanych.*

28. Jak liczby łamane dodawać?

Jeżeli łamane liczby do zniesienia dane mają iednego Mianownika, tak się w nich czyni addycya: dodają się wszystkie Liczniki, a summie tenże sam Mianownik dany podpisuje się: n. p. Chcąc dodać te frakcye:  $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$ , zbieram Liczniki, y mam z nich sumnę zebraną 3, ktorey podkładam pospolitego Mianownika, y wypada frakcya:  $\frac{3}{12} = 1 + \frac{1}{12}$ , czyli  $= 1 + \frac{1}{12}$ .

Jeżeli zaś liczby łamane, ktore mam dodawać, różnych mają Mianowników, takowe wprzód sprowadzam do iednego Mianownika przez pytanie 17, dopieroż zbieram Liczniki spo-

pełna dzieli, z tąd rodzi się frakcya, frakcyi. Na przykład. Chcąc  $\frac{2}{3}$  sprowadzić do frakcyi, ktoraby miała Mianownika 5; rozmnażam Licznika 2, przez danego Mianownika 5, mam produkt 10, ten dzielę przez Mianownika pierwszey daney frakcyi 3; po dywizyi zostaje się 1; więc kładę wieloraz 3 nad Mianownikiem 5, tak:  $\frac{3}{5}$ , y zaraz przyłączam frakcyą z reszty wynikającą, z dawnym Mianownikiem  $\frac{1}{3}$ , która jest ułomkiem liczby łamanej, tak ie pisząc:  $\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{10}{15} + \frac{5}{15}$ , y tak ie wymawiam: dwa ze trzech sprowadzone od Mianownika pięciu, czynią trzy z Pięciu, y ieden ze trzech, iednego z pięciu:  $\frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{10}{15} + \frac{5}{15}$ .

Ze zaś  $\frac{2}{3}$  równe są:  $\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{10}{15} + \frac{5}{15}$  tak tego dowieść można: ten ułomek liczby łamanej:  $\frac{1}{3} \parallel \frac{1}{5}$  do iedney frakcyi sprowadziwszy, mam:  $\frac{1}{15}$ ; więc  $\frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{3}$ . Te frakcye sprowadzam do iednego Mianownika, mam:  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} + \frac{1}{3} = \frac{4}{6} + \frac{2}{6}$ ; a dodając ie, będzie:  $\frac{2}{3} = \frac{6}{6}$ . Nakoniec tę frakcyą:  $\frac{6}{6}$  na mnieysze terminy sprowadziwszy, dzieląc n. p. przez 5, wypadnie:  $\frac{2}{3}$ ; więc:  $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ .



sposobem wzmiankowanym; N. p. chcąc doda-  
wać te frakcye:  $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$ . Sprowadzam je wprzod  
do iednego Mianownika, y mam nowe frakcye  
przeszłym rowne:  $\frac{15}{16} + \frac{2}{16}$ . Teraz dodane czy-  
nią:  $\frac{15}{16} = 1 + \frac{1}{16}$ .

29. Jeżeli liczby łamane mają przy sobie li-  
czby całkowite, co w ten czas czynić potrzeba?

Jeżeli liczby całkowite z łamanami przydzie  
zbierać, tedy osobno znoszą się liczby całko-  
wite, osobno liczby łamane; n. p. Dodając gr:  
 $2 + \frac{1}{4}$ , y groszy  $5 + \frac{2}{4}$ , uczynią gr:  $7 + \frac{3}{4} = 1$ ,  
wszystko = 8 groszy.

Podźmy już do odciągania liczb łamanych,

30 Jak liczby łamane odciągać?

Odciąga się Licznik mniejszy od większego,  
jeżeli frakcye mają iednego Mianownika; a ie-  
żeli nie, to się wprzod do iednego Mianowni-  
ka sprowadzają, a reszcie po odciągnięniu pod-  
pisuje się pospolity Mianownik. N. p.  $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} =$   
 $\frac{1}{4}$  albo  $\frac{1}{4}$ . Także chcąc odciągać z  $\frac{4}{4} - \frac{2}{4}$  spro-  
wadzam frakcye do iednego Mianownika, y  
mam:  $\frac{12}{12} - \frac{10}{12}$ . Teraz Liczniki odciągnąwszy,  
mam frakcyą:  $\frac{2}{12}$ .

31. Co jeszcze w odciąganiu liczb łamanych  
uważać trzeba?

To jeszcze zważać potrzeba: kiedy przy-  
dzie odciągać liczby całkowite z łamanami  
od całkowitych oraz z łamanami, w ten czas  
całkowite odciągam od całkowitych, a łamane  
od łamanych; podkładając reszcie pospolitego  
Mianownika. N. p. z  $7 + \frac{3}{4}$  chcąc odciągnąć  $3$   
 $+ \frac{2}{4}$ , zostaje się  $4 + \frac{1}{4}$ .

Kiedy zaś dana będzie frakcyja do odciągnię-  
nia, iey od liczby całkowitey, tedy wprzod  
całkowitą sprowadzam na frakcyą, do Miano-  
wnika

wnika przyległej frakcyi, toż dopiero czynię Subtrakcyą, n. p. Chcąc odciągać z  $5 - \frac{1}{3}$ , rozmnazam nayprzod 5 przez danego Mianownika 3, mam frakcyą z tymże Mianownikiem  $\frac{15}{3}$ , od ktorey odciągam  $-\frac{1}{3}$ , y zostaje się:  $\frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3}$ .

Podobnym sposobem chcąc od 9 odciągnąć  $4 \frac{1}{3}$ . Nayprzod 1 z całkowitey liczby 9 obracam na frakcyą, ktoraby miała tegoż Mianownika, co y frakcyą dana, y będzie frakcyą  $\frac{9}{3}$ , od ktorey odciągam  $-\frac{1}{3}$ , zostanie się  $\frac{8}{3}$ ; potym odciągam liczby całkowite 4 od 8 (boin jedno na frakcyą sprowadził) y zostaje się mi wszystkiego:  $4 \frac{2}{3}$ . Albo też 4 całkowite sprowadzam nayprzod do Mianownika 3 przyległej frakcyi przez multiplikacyą, a do produktu dodam Licznika danego 1, y mam nową frakcyą:  $\frac{13}{3}$ . Potym 9 całkowite sprowadzam także do Mianownika danego 3, y będę miał frakcyą:  $\frac{27}{3}$ . Teraz z tych frakcyi:  $\frac{27}{3} - \frac{13}{3}$  odciągnawszy mnieyszą od większey, zostanie się:  $\frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3}$ .

Na to pomnieć tu należy, iż do zbierania y odciągania liczb łamałych, potrzeba zawsze, aby iednego Mianownika miały.

### §. 6.

*O rozmnożeniu, y podzieleniu liczb łamanych.*

32. **J**ak się czyni multiplikacya liczb łamanych?

Multiplikują się Liczniki y Mianowniki między sobą, produkt z Licznikow, będzie Licznikiem nowej frakcyi, a produkt z Mianownikow, będzie Mianownikiem frakcyi nowej. N. p.  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$ .

33. Które przypadki w rozmnożeniu liczb łamanych trafić się mogą?

Te trzy następujące: albo rozmnażać przyjdzie frakcyą przez frakcyą; albo liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą; albo nakoniec mnożyć przyjdzie całkowitą z liczbą łamaną przez całkowitą razem z łamaną.

34. W pierwszym przypadku co czynić trzeba?

Trzeba, iakom powiedział, Liczniki y Mianowniki osobno rozmnożyć, y będzie odprawiona multiplikacya. N. p. chcąc mnożyć  $\frac{5}{7}$  przez  $\frac{3}{5}$ : rozmnożywszy Liczniki  $5 \times 3$ , y Mianowniki  $7 \times 5$ , wypadną produkta:  $\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$ . Podobnie rozmnażając  $\frac{2}{3}$  przez  $\frac{3}{4}$ , wypadnie produkt:  $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ .

35. W drugim przypadku iak sobie postąpić trzeba?

Kiedy liczbę całkowitą przez łamaną, albo łamaną przez całkowitą mnożyć przychodzi, w ten czas liczbie całkowitey podkłada się za Mianownika 1, potym czyni się multiplikacya sposobem ukazanym. N. p. chcąc 5 przez  $\frac{4}{7}$  rozmnożyć, podkładam pod 5 iedno, y będę miał niby frakcyą:  $5 \times \frac{4}{7} = \frac{20}{7} = 2 \frac{6}{7}$ .

36. Co nakoniec w trzecim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przez całkowitą razem z łamaną mnożyć potrzeba, na ten czas liczby całkowite sprowadzają się wprzód na liczby łamane, dopieroż czyni się multiplikacya sposobem opisanym, n. p. Chcąc rozmnożyć 7 przez  $2 \frac{2}{3}$ ; sprowadzam najprzód 2 całkowite do Mianownika frakcyi przy-

przyległej 3, a pod 7 kładę 1, y mam frakcye nowe:  $\frac{2}{7} \times \frac{8}{7}$ , które rozmnożywszy czynią:  $\frac{16}{49} = 18 \frac{1}{7}$ . Podobnie gdy chcę mnożyć: 6 y  $\frac{1}{3}$  przez 3 y  $\frac{2}{3}$ , sprowadzam liczby całkowite do frakcyi danych Mianowników, y rozmnożywszy Licznikow y Mianownikow, wypadnie produkt:  $\frac{36}{9} = 24 \frac{1}{3}$ , albo  $\frac{76}{3}$ .

37. Pokażmy w przykładzie pożytek mnożyci liczb łamanych?

Niech będzie następujący przykład: Płacąc łokieć sukna po  $6 \frac{2}{3}$ , to jest po złotych: 6. y gr: 20, pytam wiele zapłacić potrzeba za  $20 \frac{1}{2}$ , to jest za łokci 20 y ćwierci 2?

Sprowadzam najprzód liczby całkowite do przyległych im frakcyi, to jest:  $6 \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$ , a  $20 \frac{1}{2} = \frac{82}{2}$ . Rozmnożywszy między sobą te frakcye:  $\frac{20}{3} \times \frac{82}{2}$ , wypadnie:  $\frac{1640}{6} = 136 \frac{4}{3}$  czyli  $\frac{2}{3}$ . Więc za łokci 20 y ćwierci dwie dać powinienem złotych: 136. y gr: 20.

38. Jak łatwość liczb łamanych mnożyci odprawić można, y kiedy?

Liczb łamanych mnożyci odprawić także można przez dywizyę, dzieląc na krzyż Mianownika frakcyi jedney przez Licznika frakcyi drugiey, y wzajemnie; lecz tylko w ten czas, gdy się bez reszty dzielić mogą. Tak chcąc rozmnożyć te frakcye:  $\frac{2}{4}$  przez  $\frac{8}{10}$ , dzielę 8 przez 4, a to 10 przez 2, y mam produkt danych frakcyi:  $\frac{2}{5}$ . Jakoż mnożąc te dwie frakcye wyżej podanym sposobem, toż samo wypadnie. Bo  $\frac{2}{4} \times \frac{8}{10} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$ .

Okazanie czyli demonstracya mnożyci liczb łamanych.

Mnożyć frakcyą A przez frakcyą B, jest to  
wyna-

wynaleść za produkt frakcyą C, któraby się tyle razy mieściła w frakcyi mnożney B, ile razy frakcyą A, za rozmnożyciela dana, mieści się w iednym. A że w tym razie, iako frakcyą C dwa razy mieści się w frakcyi B, tak frakcyą A dwa razy mieści się w iednym; zatem frakcyą C jest produkt frakcyi B, rozmnożoney przez frakcyą A.

$$A. \quad B. \quad C.$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

Ztąd każdy doysć może, dla czego z moltiplikacyi liczb łamanych A y B, produkt C wynikający mniejszy jest od frakcyi, które między sobą mnożę. Bó ponieważ i tak się ma do frakcyi A, iak się ma frakcyą B do frakcyi C (iakośmy w moltiplikacyi prostey powiedzieli) a iedno jest większe nad frakcyą A; więc y frakcyą B większa bydz powinna nad frakcyą C; a zatym produkt przez frakcyą C wyrażony, powinien bydz mniejszy.

Teraz o dzieleniu liczb łamanych mowieć będziemy.

39. Jak się odprawia dywizya liczb łamanych?

Generalnie mowiąc, odprawuie się dzielnika wspak obracając, to jest Licznika kładąc na miejscu Mianownika, a Mianownika na miejscu Licznika, potym Liczniki y Mianowniki osobno między sobą rozmnożywszy, produkt wypadający będzie wielorazem frakcyi daney. N. p. przez  $\frac{1}{3}$  dzieląc  $\frac{2}{3}$ , będzie:

$$\frac{1}{3} : \frac{2}{3} = \frac{10}{9} = 1 \frac{1}{9}$$

40. Wiele przypadkow w dzieleniu liczb łamanych trafić się może?

Podobnie iak w moltiplikacyi, trzy przy-



padki trafić się mogą; bo albo frakcyą przez frakcyą dzielić potrzeba, albo frakcyą przez liczbę całkowitą, lub całkowitą przez łamaną, albo na koniec liczbę całkowitą z łamaną, przez całkowitą z łamaną.

41. Jak się w pierwszym przypadku frakcyą przez frakcyą dzieli?

Dzielnik obraca się wspak, iakośmy dopiero powiedzieli, dopieroż czyni się moltiplicacya, n. p. Chcąc dzielić  $\frac{4}{3}$  przez  $\frac{1}{4}$ ; obracam dzielnika  $\frac{1}{4}$  wspak, mam  $\frac{4}{1}$ ; teraz moltiplikując Liczniki  $4 \times 3$ , y Mianowniki  $5 \times 1$ , wypadnie wieloraz  $\frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$ . Podobnie dzieląc  $\frac{6}{7}$  przez  $\frac{1}{4}$ , obrociwszy wspak dzielnika, y liczbę rozmnożywszy, wypadnie wieloraz  $2 \frac{4}{7} = 3 \frac{1}{7}$ .

42. Co w drugim przypadku czynić potrzeba?

Jle razy przyidzie dzielić liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą, potrzeba liczbie całkowitey podłożyć jedno, a dzielnika wspak obrocić, potym moltiplikować Liczniki y Mianowniki; produkt będzie danym wielorazem: n. p. Chcąc dzielić 3 przez  $\frac{1}{4}$ ; podkładam trzem jedno, mam:  $\frac{3}{1}$ , y wspak obrociwszy dzielnika  $\frac{1}{4}$ , y moltiplicacyą uczyniwszy, będzie:  $\frac{12}{1} = 12$ . Podobnie  $\frac{2}{3}$  dzieląc przez 6, dadzą wieloraz:  $\frac{2}{18}$  albo  $\frac{1}{9}$ .

43. Jak na koniec w trzecim przypadku odprawnie się liczb łamanych dywizya?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przychodzi dzielić także przez całkowitą oraz z łamaną, w ten czas liczby całkowite potrzeba wprzód sprowadzić do frakcyi przyległych, a potym czynić rachubę, iak się w pierwszym przypadku powiedziało: n. p. Chcę dzielić 7

$\frac{1}{3}$  przez  $\frac{1}{4}$ ; sprowadzam wprzód 7 do frakcyi przyległej, będzie  $\frac{22}{3}$ . Dzielnika wspak obracam, mam:  $\frac{4}{3}$ . Teraz  $\frac{22}{3} \times \frac{4}{3}$ , wypadnie wieloraz:  $\frac{88}{9} = 29 \frac{1}{3}$ . Podobnie chcąc dzielić  $5 \frac{1}{4}$  przez  $4 \frac{2}{3}$ , sprowadziwszy liczby całkowite do przyległych frakcyi, y dzielnika wspak obrociwszy, wypada wieloraz:  $\frac{63}{8} = 7 \frac{7}{8}$ .

44. Jak łatwiej, y kiedy liczby łamane dzielić można?

1. Kiedy Mianownik w oboiej frakcyi iest tenże sam, tedy Mianownikow zmazawszy, Licznika przez Licznika dzielę, y mam wieloraz prawdziwy; a ieśli się co w dywizyi zostaje, to piszę przez frakcyą z Mianownikiem danym, czyli dzielnikiem. Tak n. p. dzieląc  $\frac{4}{3}$  przez  $\frac{2}{3}$ , zmazawszy mianowniki dane, a podzieliwszy 4 przez 2, wypadnie wieloraz: 2 całkowite. Podobnie dzieląc  $\frac{3}{4}$  przez  $\frac{2}{4}$ , mażę Mianowniki, a 3 przez 2 podzieliwszy wyniknie: 1.  $\frac{1}{2}$ .

2. Kiedy terminy frakcyi za dzielnika daney, spełna dzielą terminy frakcyi podzielney, na ten czas nowy Licznik y Mianownik, ktore z tey dywizyi wynikną, będą wielorazem daney frakcyi. Tak n. p. chcąc dzielić frakcyą  $\frac{4}{3}$  przez  $\frac{2}{3}$  podzieliwszy 4 przez 2, a 9 przez 3, mam frakcyą nową:  $\frac{2}{3}$ , ktora iest prawdziwym wielorazem danych frakcyi. Zarownie dzieląc  $\frac{16}{12}$  przez  $\frac{4}{3}$ , wypadnie:  $\frac{2}{3}$ .

Okazanie, czyli demonstracya roboty w dzieleniu liczb łamanych.

Dzielić frakcyą A przez frakcyą B, iest wynaleść wieloraz C, do ktorego iedno tę powinno mieć proporcycą, iaką ma dzielnik B

do liczby podzielney A, podług reguł o dywizyi prostej wyżej podanych. Lecz że w tym razie, jedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcja dzieląca B do frakcyi podzielney A. Jedno albowiem tak się ma do frakcyi C, iak się ma Mianownik teyże frakcyi 3 do swego Licznika, przez Axyoma 1. Frakcja zaś B do frakcyi A tak się ma, iak 3 do 4. Gdyż sprowadziwszy te dwie frakcyje A y B do iednego Mianownika, mam frakcyje: M y N. frakcyom A y B we wszystkim rowne; te zaś dla iednakowego Mianownika tę mają do siebie proporcya, iak 3 do 4; a zatym iedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcja B do A; przeto frakcja C jest wieloraz frakcyi A y B do podzielenia danych.

B.    A.    C.

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4}.$$

M.    N.    |

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = 1 : \frac{3}{4} :: 3 : 4.$$

Z tey demonstracyi łatwo doysć można przyczyny, dla ktorey w dywizyi liczb łamanych, wieloraz wypada większy nad liczbę do podzielenia daną; co się w ten czas przytrafia, kiedy frakcja dzieląca mniejsza jest nad iedno całkowite. Bo ponieważ dzielnik tak się ma do liczby podzielney, iak się ma iedno do wieloraza; odmieniwszy tę proporcya, dzielnik tak się będzie miał do iednego, iak liczba podzielna do wieloraza. A że dzielnik jest mniejszy od iednego całkowitego, zatem y liczba podzielna od wieloraza mniejsza być powinna.

Proby Addycyi, Subtrakcyi, mulyplikacyi, y dywizyi liczb łamanych, też same są, które się

się podały wyżej w regułach liczb całkowitych; to jest: Addycya doświadcza się przez Subtrakcyą, Subtrakcyja przez Addycyą, Multyplikacya przez Dywizyą, Dywizyja przez multiplikacyą, sposobem tymże przepisany. (f)

## R O Z D Z I A Ł III.

### O Regułach wyższej Arytmetyki.

#### §. I.

#### O Proporcyi w powszechności.

1. **W**Iele jest reguł wyższej Arytmetyki? Reguły wyższej Arytmetyki pospolicie rachują się cztery, to jest: 1. Reguła proporcyi. 2. Reguła Towarzystwa, albo spółki, 3. Reguła wiązania. 4. Reguła domniemania, czyli fałszywego założenia. Do tych przydają Arytmetycy: wyciąganie ścian, y skoki liczbowe. Pierwsza z wyrażonych reguł jest nayprzedniejsza, gdyż na niey inne gruntują się, y bez iey pomocy odprawić się nie mogą. Zaczynam do zupełnego iey zrozumienia, za rzecz potrzebną sądzę, o liczbach proporcjonalnych y ich własnościach nieco pomówić.

F 3

z. Co

[f] Cokolwiek dotąd o Addycyi, Subtrakcyi, Multyplikacyi y Dywizyi liczb tak całkowitych iako y łamanych powiedzieliśmy, to wszystko jest fundamentem całej głębszej Arytmetyki; bez tych fundamentów dalsze y wyższe Arytmetyki reguły żadną miarą rozwiązane być nie mogą. A ztąd iasnie pokazuje się nie mały pożytek y potrzeba wiadomości liczb nie tylko całkowitych, ale y łamanych, w następujących regułach Arytmetycznych, a nayprzód w regule proporcyi.

2. Co to jest proporcya w powszechności?  
co względ, albo *ratio*?

Proporcya jest to dwóch względów wzajemnych pewne porównanie albo pomiarkowanie. Ten zaś względ (*ratio*) jest dwóch liczb albo rzeczy, iedney do drugiej stosowanie, albo mienie się. Tak n. p. 6 y 3 do siebie stosując, widzę, że liczba 6 liczbę 3 dwa razy w sobie zamyka, a liczba 3 w liczbie 6 także dwa razy się zamyka. Podobnie te liczby: 2 y 1 do siebie stosując, widzę, że 2 dwa razy 1 w sobie zamyka, a 1 we dwóch także dwa razy się zawiera. Otoż ten względ liczb zowie się proporcją, która w wyrażonych dopiero liczbach zachodzi dwakrotnie; bo iak 3 w 6, tak 1 w 2 dwa razy się zamyka.

3. Jak się zowią te terminy?

*Pierwszy* termin zowie się *pierwszy poprzedzający* (*Antecedens.*) Drugi zowie się *drugi następujący* (*Consequens.*) Trzeci zowie się *drugi poprzedzający*. A czwarty *drugi następujący*. Pierwszy także y ostatni terminy zowią się *ostatniemi*; a drugi y trzeci *średniemi* nazywają się. Cztery te terminy tenże sam względ między sobą mające, zowią się *proporcjonalne*.

4. Wieloraka jest proporcya?

Jest dwoiaka: rozdzielna, (*discreta*) y ciągła (*continua.*)

5. Co jest proporcya rozdzielna, a co ciągła?

Rozdzielna jest ta, w ktorey liczby czyli terminy proporcji po raz iednym, a każdy z osobna bierze się. N. p. 2 4 :: 3. 6. Mówię: tak się ma 2 do 4. iak 3 do 6. Bo 2 we 4 zamyka się dwa razy, a 3 w 6 także dwa razy



razy zamyka się. Albo od końca: 6 tę liczbę 3, dwa razy w sobie zamyka; podobnie 4 tę liczbę 2, dwa razy w sobie zawiera. Tey proporcji w następujących regułach naywięcej y nayczęściey używać będziemy.

Ciągła zaś proporcya iest ta, kiedy liczba czyli termin we śródku położony, dwa razy bierze się y porownywa, raz iak poprzedzający, drugi raz iak następujący. N. p.  $4 : 2 :: 1$ . Mowię iak się mają 4 do 2, tak się mają też same 2 do 1. Gdzie 2 raz się biorą za termin następujący, drugi raz za termin poprzedzający. Ta proporcya w Skokach liczbowych będzie nam potrzebna.

6. Ktore są *Lemmata*, albo fundamenta upewnienia o niezawodnych własnościach proporcji?

Są te trzy następujące:

*Pierwsze*, Jeżeli cztery dane liczby będą między sobą proporcjonalne, tedy produkt z liczby pierwszej y ostatniej, rowny będzie produktowi z liczby drugiej y trzeciej. Damy cztery liczby proporcjonalne:

$$3. 6 :: 4. 8.$$

Jako  $3 \times 8 = 24$ , tak wzajemnie  $6 \times 4 = 24$ . Na tym Lemmacie zasadza się robota reguły proporcji prostey, y iey proba. Albowiem jeżeli produkt przez iedną liczbę, z liczb między sobą rozmnożonych będzie podzielony, druga z nich za wieloraz wypadnie. N. p. jeżeli produkt 24 wynikający z moltiplicacji  $4 \times 6$ , podzielony będzie przez 6, wypadną 4; jeżeli przez 4, wypadną 6.

Dla tego jeżeli dane będą trzy liczby czyli terminy proporcjonalne, n. p.  $3. 6. :: 4.$  a szu-  
ka

ka kto czwartego, do którego tę by miał proporcją trzeci, którą ma pierwszy do drugiego; niechay drugi termin rozmnoży przez trzeci, a produkt podzieli przez pierwszy, wypadnie czwarty termin proporcjonalny 8.

Przyczyna tego ta jest: bo z moltiplikacyi drugiego terminu przez trzeci, tenże produkt wypada, któryby wypadł z moltiplikowania pierwszego przez czwarty niewiadomy. Więc przez moltiplikacyą drugiego przez trzeci, już mam termin czwarty, ale jeszcze w większej liczbie ukryty. Gdy tedy podzielę ten produkt przez termin pierwszy, wypadnie drugi faktor, czyli czwarty termin dotąd ukryty. Tymże sposobem znajduie się termin pierwszy, dzieląc produkt z liczb średnich przez termin ostatni; wypadnie pierwszy.

*Drugie Lemma.* Jeżeli z danych czterech terminow, termin pierwszy tak się ma do trzeciego, iak na odwrot termin czwarty do drugiego, tedy produkt z pierwszego y drugiego, będzie rowny produktowi z terminu trzeciego y czwartego. Daymy cztery liczby następujące: 1. 6 :: 2. 3.

W tych liczbach, że między pierwszym terminem 1, y trzecim 2, taż sama zachodzi proporcya, która między terminem czwartym 3 y drugim 6, tedy będzie proporcya porządna: 1. 2 :: 3. 6. Przeto podług Lem: I.  $1 \times 6 = 2 \times 3 = 6$ . A z atym produkt z pierwszego y drugiego, będzie rowny produktowi z terminu trzeciego y czwartego.

Na tym Lemmacie zasadza się reguła proporcji wspak wywrocona. Ponieważ bowiem w tej proporcji produkt z terminu pierwsze-

go y drugiego iest rowny produktowi z trzeciego y czwartego, więc produkt z pierwszego y drugiego dzieląc przez termin trzeci, wypadnie czwarty ukryty; który tak się mieć będzie do drugiego iak pierwszy do trzeciego. N. p. 1. 6. : : 2. 3.

*Trzecie Lemma.* Jeżeli dane będą trzy liczby ciągle proporcjonalne, produkt z pierwszej y trzeciej, rowny będzie produktowi drugiej w się wprowadzonej, (to iest przez siebie samę rozmnożonej) y przeciwnie, produkt średniej w się wprowadzony, rowny będzie produktowi z pierwszej y trzeciej. N. p. :: 1. 2. 4. 1 X 4. = 2 X 2 = 4.

Szukając więc w ciągłej proporcji trzeciego terminu nieznanego, drugi termin przez się rozmnażam, a produkt dzielę przez pierwszy, wypadnie trzeci ukryty. N. p. porównyując 2 do 4, a chcąc wiedzieć iaka będzie trzecia liczba, do ktoreyby 4 też samę miały proporcją, którą mają 2 do 4, średnią liczbę 4 przez siebie rozmnażam, wychodzi 16, dzielę ten produkt przez pierwszą liczbę 2, wypada trzecia proporcjonalna 8. (g) Tego Lemmatu pożytek ukaże się niżej, gdy będziemy mówili o wynaydowaniu różnych liczb ciągle proporcjonalnych

§. 2.

*O regule proporcji albo trzech prostey.*

7. CO iest reguła proporcji?

Jest ta, która uczy, y podaje sposob,  
do

---

[g] Za pomocą wspomnionych proporcji wiele dziwnych rzeczy solwować można, które prostactwo za niepojęte sądzi, y które rozwiązane za cud iakiś pożytywać zwykło.

do wynalezienia ze trzech liczb wiadomych czwartej niewiadomej proporcjonalnej. Y dla tej przyczyny zowie się regułą proporcji.

8. Jak się inaczej nazywa reguła proporcji?

Nazywa się jeszcze: Regułą złotą, albo regułą trzech.

9. Dla czego zowie się regułą złotą, dla czego regułą trzech?

Złota nazywa się dla zacności y nieskończonego pożytku w pożyciu ludzkim. Regułą zaś trzech zowie się przeto, iż ze trzech liczb danych wiadomych, czwartej niewiadomej dochodzi.

10. Wielorako dzieli się regułą proporcji?

Dzieli się pospolicie czworako: na prostą y składaną porządną; potym na prostą wspak obroconą, y na składaną wspak obroconą. O każdej w szczególności mowić będziemy.

11. Co jest reguła proporcji prosta porządną?

Jest ta, w ktorej czwartego terminu szukamy takiego, któryby też samę miał proporcją do trzeciego, iaką ma drugi do pierwszego. Wiedzieć albowiem trzeba, iż w regule proporcji prostej, im większy jest termin trzeci od pierwszego, tym czwarty większy być powinien od drugiego; y przeciwnie, im trzeci termin mniejszy jest od pierwszego, tym czwarty mniejszy być powinien od drugiego. W przykładach następujących iasnie to się pokaże.

12. Jak się w tej regule proporcji prostej terminy układają?

Ta

Ta liczba, do ktorej jest przywiązane pytanie czyli zadanie, kładzie się na miejscu trzecim, ta zaś która z liczbą na miejscu trzecim położoną, jednego jest gatunku, kładzie się na miejscu pierwszym; ta która się zostaje, kładzie się we środku.

*Przykład I.* Pytam się: wiele dać potrzeba za 5 bochenkow chleba, ktorego jeden bochenek płaci się po groszy 3?

Ponieważ w tym przykładzie liczba 5, ma do siebie przyłączone pytanie, więc te 5 bochenkow kładę na miejscu trzecim, a 1 bochenek kładę na miejscu pierwszym, zostawiając się liczbę inszego gatunku, kładę we środku tym sposobem:

$$1. \quad 3 :: 5$$

13. Jak się ta reguła prostej proporcji odprawuie?

Odprawuie się tak: Termin drugi rozmnaża się przez trzeci; a produkt z tej moltiplicacyi wynikający, dzieli się przez termin pierwszy. Wieloraz wypadający będzie czwartym terminem do trzech liczb danych proporcjonalnym, y na zadane pytanie odpowie. Ta robota zasadza się na Lem: I.

Tak w danym przykładzie, rozmnażam 3 przez 5, a produkt 15 dzielię przez termin pierwszy 1. Lecz ponieważ jedno nie dzieli, mam na czwarty termin 15. Oto robota:

Chleb gr: Chl: gr:

$$1. \quad 3 :: 5. \quad 15.$$

5

15

Jedno nie dzieli, więc 15 gr: dać trzeba za 5 bo-



# 92 . . . A R Y T M E T Y K A

5 bochenkow chleba, gdy się jeden płaci po 3 grosze.

*Przykład II.* Wydał kto przez 4 miesiące złot: 25, pytam przez rok cały, czyli przez 12 miesięcy wiele wyda, jednostayny kładąc wydatek? Liczba wynaleziona 75.

Robota. Mies: zł: Mies: zł:

$$4. \quad 25 :: 12. \quad 75.$$

12

50

25

$$\begin{array}{r|l} 4 & 30,0 \\ \hline & 28 \end{array} \quad 75.$$

20

20.

*Przykład III.* Poślaniec na dzień ubiega mil 8, pytam mil 40 za wiele dni ubieży? Liczba szukana: 5.

Robota. Mile dni Mile dni.

$$8. \quad 1 :: 40. \quad 5.$$

1

$$\begin{array}{r|l} 8 & 40 \\ \hline & 40 \end{array} \quad 5$$

14. Co na ten czas czynić potrzeba, kiedy dane terminy będą różnego gatunku?

Trzeba ie przed operacją zbić na jeden gatunek, potem tak czynić iak wyżej.

*Przykład.* Rzemieślnik n. p. Mularz, bierze na dzień złot: 2; pytam za cały miesiąc wiele zarobi?

W tym

W tym przykładzie ponieważ zachodzą terminy różnego gatunku dni y miesięcy, zatem miesiąc obracam na dni 30, y układam proporcją:

Dni złote.	Dni złote.
1.	2 :: 30. 60.

60.

Więc za miesiąc zarobi złot: 60.

*Przykład II.* Dzień 1 daie godzin 24, rok cały, czyli dni 365, wiele godzin dadzą? Liczba szukana: 8760.

15. Co jeszcze w tych terminach uważać trzeba?

Jeżeli produkt z drugiego y trzeciego terminu, mniejszy będzie od terminu pierwszego, a przeto przezeń nie będzie się mógł dzielić, na ten czas ow produkt, czyli drugi termin wprzód na niższy gatunek sprowadzić trzeba, toż dopiero dywizyą czynić.

*Przykład.* Za pólsetek płotna, to jest za łokci 50 dałem złotych 25; pytam ile ieden łokieć kosztuje?

Układam terminy:

Łok: złot:	Łok: złot:
50. 25 :: 1.	

Ponieważ iedno nie multiplikuje, a 25 złotych przez 50 łokci dzielić nie mogę; więc złote sprowadzam na grosze, y mam gr: 750. Mowię tedy: jeżeli za 50 łokci dałem groszy 750. Coż przypadnie za 1 łokieć? Wypada groszy 15.

Łok: groszy	Łok: gr:
50. 750 :: 1. 15.	

16. Kiedy liczby całkowite mają przyległe frakcyje, co na ten czas czynić potrzeba?

Trzeba liczby całkowite obroczyć na frakcyje przyległe; pod temi zaś liczbami całkowitemi, które frakcyi żadney nie mają, podkłada się 1 za Mianownika; potym odprawuie się moltiplikacya y dywizya sposobem o liczbach łamanych przepisany.

*Przykład I.* Za łokieć 1 Felpy dałem złotych 2 y  $\frac{1}{2}$ ; chcę wiedzieć wiele trzeba będzie dać za łokci 6  $\frac{3}{4}$ ; to jest za 6 łokci y trzy ćwierci? Liczba szukana: złot:  $16\frac{1}{2}$ .

$$\begin{array}{l} 1. \quad 2\frac{1}{2} :: 6\frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} : \frac{3}{4} :: 27 : 16\frac{1}{2} \end{array}$$

Ten przykład, y insze podobne, odprawuie się przez samą moltiplikacyą, bo iedno na pierwszym mieyscu nigdy nie dzieli.

*Przykład II.* Kasper przez pułtrzeci godziny ubiegł mil  $4\frac{1}{4}$ ; pytam wiele ubiedz powinien za godzin  $9\frac{1}{2}$ ? Liczba szukana:  $16\frac{1}{40}$  albo  $\frac{65}{40}$ .

$$\begin{array}{l} 2\frac{1}{2} : 4\frac{1}{4} :: 9\frac{1}{2} : 16\frac{1}{40} \dots (h) \\ \frac{1}{2} : \frac{1}{4} :: \frac{19}{2} : 16\frac{1}{40} \end{array}$$

17. Jakie jest tej reguły prostej proporcyi skrocenie?

Jeżeli z samego spojrzenia postrzegam, że termin pierwszy y trzeci, albo termin pierwszy y drugi, przez iaką liczbę dzielić się mogą

[h] Ktoby frakcyi nieumiał, niechay gatunki wyższe zbiia na niższe, dopiero nich czyni robotę; po ktorey skończoney, niech znowu gatunki niższe obraca na wyższe. N. p. w przykładzie I. 1 łokieć obracam na 4 ćwierci, 2 złote y groszy 15 obracam na gr: 75. Łokci 6 y trzy ćwierci obracam na ćwierci 27. Teraz układam proporcya:  $4 : 75 :: 27$ .

mogą spełna, dzielę je przez owę liczbę, a wielorazy na miejscach dzielonych terminów kładę. Podobnie jeżeli w wspomnionych terminach znajdują się cyfry, zmazać je mogę, wszędzie iednak równość zachowując. Potym dopiero czynię robotę. Łatwiej mi zaś rozmnażać y dzielić liczby małe iak wielkie.

*Przykład I.* Pytam się wiele mam dać za 12 łokci sukna, którego łokci z kosztują złotych 14? Ułożywszy terminy, widzę że pierwszy y trzeci termin dzielić się spełna może przez 2. Dzielę je więc przez 2, a wielorazy na tych miejscach kładę. Oto robota :

) Łok: złot: Łok:  
 Dzieln: 2) 2. 14 : : 12.  
           1. 14 : : 6. 84.

*Przykład II.* Sto korcy pszenicy przedają po złot: 1000; chcę wiedzieć ile 4 korce będą kosztowały? W tym przykładzie w pierwszym y drugim terminie po dwie cyfry odcinam, y bez dywizyi wypada mi termin czwarty 40.

1|00. 10|00 : : 4. 40.

*Przykład III.* Biorącemu w prowizyi sześć od sta; pytam ile się należy od 38000?

1|00. 6 : : 380|00. 2280.

18. Jaki jest sposób na doświadczenie dobrze odprawioney reguły proporcji prostey?

Ten niezawodny : ieśli produkt z liczb średnich jest rowny produktowi z liczb ostatnich, to reguła dobrze uczyniona; ieśli nie rowny, trzeba ją ponowić. Tak n. p. w przed ostatnim przykładzie, produkt z 100 X 40, rowny jest produktowi z 1000 X 4 = 4000. Ta proba zasadza się na Lem: I.

## §. 3.

*O regule proporcji składaney porządney.*

19. CO jest reguła proporcji składana?

Jest ta, w ktorej procz trzech terminow pryncypalnych, znajduią się insze pośrzednicze, znaczące czas, zysk albo stratę, y tym podobne okoliczności, a w ktorej szuka się ieden termin nieznaomy.

20. Jak się w tey regule składaney terminy układają?

Terminy pryncypalne rozmnażają się przez pośrzednicze; czyli mniej pryncypalne, tak żeby ze wszystkich terminow trzy tylko terminy pryncypalne do operacyi wypadły. Potym czyni się operacya iak w regule prostey proporcji. Przykłady następujące rzecz tę lepiey objaśnia.

*Przykład I.* Pan ieden trzem sługom za 1 kwartał dawał płaty złotych 200, chce wiedzieć, sługom 6 za 4 kwartały wiele przypadnie?

W tym przykładzie liczby znaczące sług y pieniądze, są terminy pryncypalne, liczby zaś znaczące kwartały są pośrzednicze. Układają się więc tak:

$$3 \times 1. \quad 200 : : 6 \times 4.$$

$$\text{Albo tak :} \quad 3. \quad 200 : : 6$$

$$1. \quad \quad \quad 4.$$

Mnożyliu teraz 6. przez 4, mam : 24; potym 3 przez 1, mam : 3, y proporcya tak stoi :

$$3. \quad 200 : : 24. \quad . \quad .$$

Maiąc iuż trzy tylko terminy proporecyonalne, rozmnażam drugi przez trzeci, a produkt dzielę



dzielię przez pierwszy, y wypada mi liczba  
szukana: 1600 na czwarty termin.

*Przykład II.* Tysiącem złotych przez 2 le-  
cie zarobił Kupiec złotych 300; stem złotych  
przez lat 10. wiele może zarobić?

$$1000. \quad 300 :: 100.$$

Lata 2 . . . . . 10 Lata

$$2 | 000. \quad 300 :: 1 | 000. \quad 150.$$

*Przykład III.* Od 200 złotych z prowizyą  
czterech od sta, płaci się corocznie złot: 80;  
od 12000 z prowizyą sześciu od sta, wiele  
płacić przypadnie?

$$2000. X. \quad 4. \quad 80 :: 12000 X \quad 6.$$

$$8 \text{ Dziel:}) 8 | 000 \quad - \quad 80 : : 72 | 000 :$$

$$1 \quad - \quad 10 : : 72. \quad 720.$$

W tym przykładzie dla uniknienia multiply-  
plikacyi dzielię terminy multiplykowane pier-  
wszy y drugi przez 8, a cyfry odcinam, y gi-  
nie multiplykacya y dywizya.

21. Jak inaczey tę regułę składaną odprawić  
można?

Powtarzając dwa razy regułę proporcyi pro-  
sta, przeto iż reguła składana dwa zadania po-  
spolicie w sobie zamyka. Nayprzod tedy po-  
minąwszy terminy pośrednicze, a same trzy  
terminy pryncypalne w proporcya ułożywszy,  
szukam terminu czwartego; w drugiej propor-  
cyi kładą się po bokach terminy pośrednicze,  
a we środku ich, dopiero wynaleziony czwar-  
ty termin proporcjonalny.

*Przykład I.* Student jeden od stancyi płaci  
Gospodarzowi za kwartał złotych 9; pytam  
Studentow 6 za trzy kwartały wiele zapłacić  
powinni? Układam pierwszą proporcya:

G

Stud:

Stud: złot: Stud: złot:

1. 9 :: 6. 54.

Z pierwszej operacyi wypada czwarty termin 54. Układam teraz drugą proporcją, mówiąc: za ieden kwartał przypada złotych 54, ile przypadnie za 3 kwartały? wypada 162.

1. 54 :: 3. 162.

*Przykład II.* Na płacę dla 10 żołnierzy przez miesiąc ieden wychodzi złot: 579; chcę wiedzieć, wiele wynidzie dla żołnierzy 500 przez miesiący 12? Przypadnie: 347,400.

Wolno tedy będzie każdemu zażywać sposobu, który się spodoba, pierwszy atoli zdaie się krotszy y łatwiejszy.

22. Co ieszcze o tej regule składaney wiedzieć potrzeba?

To ieszcze wiedzieć potrzeba, iż w tę regułę czasem wchodzi pięć, czasem y więcej terminow, ktore się w iedną proporcją zbieraią, moltiplikuiąc pryncypalne przez pośrzednicze, albo kilka razy powtarzaiąc regułę prostey proporcyi, sposobem dopiero opisanym.

*Przykład.* Kupiec pewny handlując 500 czerwonymi złotemi, lat 4, zyskał czerw: złotych 300; pytam się Kupcow & handlując czerwonymi złotemi 1740, lat 6, ileby zyskali?

W tym przykładzie terminy pryncypalne są trzy: Kupiec ieden zyskaie czerw: złotych 300, ile zyskuią 4? Układam więc proporcją, terminy pośrzednicze pod, albo przy pryncypalnych kładąc:

1. 300 :: 4.

Czerw: zł: 500 1740

Lata 4 6 Lata.

Albo:  $1 \times 500 \times 4. 300 :: 4 \times 1740 \times 6.$

Po

Po uczynioney multiplikacyi y dywizyi wspomnionych terminow, wypada czwarty termin: 6264.

23. Jaka jest proba tey reguły składaney?

Taż sama co y reguły, proporcyi prostej porządney, iako wyżej.

#### §. 4.

#### O Regule proporcyi wspak obroconey.

24. **C**O jest reguła proporcyi wspak obrocona prosta (*Simplex inversa*?)

Jest ta, w ktorey termin pierwszy tak się ma do trzeciego, iak termin czwarty do drugiego. N. p. 12. 4 :: 6. 8. y ktora podaje sposob do wynalezienia czwartego terminu nie znanomego. W regule albowiem proporcyi porządney powiedzieliśmy, że termin pierwszy tak się ma do drugiego, iak trzeci do czwartego. Y im pierwszy termin od trzeciego jest większy, tym termin drugi od czwartego większy być powinien, y przeciwnie. W tey zaś regule inaczey rzecz się ma, iak zaraz pokaże się. Ponieważ zaś naywięcey w tym trudności zachodzi, iak poznać, kiedy tey reguły użyć trzeba, zaraz na to podaję sposob:

25. Jak tedy poznać można, kiedy reguła proporcyi jest wspak obrocona?

Jle razy z samey natury zadanego pytania wypada, że im większy jest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty ma być większy od drugiego; lub im mniejszy jest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty ma być mniejszy od drugiego; albo biorąc od środka: ile razy wypada, iż im większy jest termin trzeci od pierwszego, tym mniejszy wy-

paść powinien czwarty od drugiego, y przeciwnie; w takowym razie zawsze reguły proporcji wspak obroconey używać trzeba.

Jest ieszcze y ten rozeznania wspak obroconey proporcji sposob: kiedy procz terminow y proporcjonalnych zachodzi iaka rzecz od terminow różniąca się, y w operacyi nie wchoząca; Jaka w pierwszym przykladzie niżej położonym zachodzi pewna summa pieniężna, w drugim pole do zaorania dane, w trzecim budynek do wystawienia dany.

26. Jak się ta reguła wspak obrocona odprawuie?

Termin pierwszy rozmnaża się przez drugi, a produkt dzieli się przez trzeci. Za wieloraz wypadnie termin czwarty proporcjonalny, który tak się będzie miał do terminu drugiego, iak się ma pierwszy do trzeciego. Ta robota zasadza się na Lem: II.

*Przykład I.* Kawalerow 10 pewną summą pieniężną przez 4 lata wygodnie żyć mogą; pytam Kawalerow 5 tąż summą iak długo obchodzić się powinni?

$$10. \quad 4 :: 5. \quad . \quad .$$

W tym przykladzie z samey natury zadanego pytania postrzegam, iż 5 Kawalerow daleko dłużej tąż samą summą obchodzić się powinni, aniżeli 10 Kawalerow. Ponieważ tedy tym większy powinien wypaść termin czwarty od drugiego, im większy pierwszy od trzeciego, ten przykład przez regułę proporcji wspak obroconey rozwiązywać powinienem. Zaczynam rozmnażam 10 przez 4, mam 40; ten produkt dzielę przez termin trzeci 5, y mam termin czwarty; 8.

$$10. \quad 4 :: 5. \quad 8.$$

Więc

Więc 5 Kawalerow przez ośm lat ową sumą wiktować się powinni.

*Przykład II.* Szczęcią pługami pewne pole zaorywano Gospodarzowi za dni 20; pytam się dziiesięcią pługami iak prędko toż pole zorane bydz może? Wypada czwarty termin: 12.

6. 20 :: 10. 12.

*Przykład III.* Robotnikow 16 postavili budynku pewny za dni 60; chcę wiedzieć robotnikow 24 iak prędko ten budynek, lub inny podobny, byliby wystawili? Wypada czwarty termin: 40.

16. 60 :: 24. 40.

*Przykład IV.* W pewney fortocy obleżonej, 1500 żołnierzom wystarczy prowiantow na 3 miesiące; chcąc wiedzieć też prowianty przez 6 miesięcy na wielu żołnierzcy wystarczyć mogą? Wypada czwarty termin: 750.

3. 1500 :: 6. 750.

*Przykład V.* W pewnym zgromadzeniu na 8 osob beczka piwa w 9 dni wychodzi; pytam osob 12 iak prędko też beczkę piwa wyprożnią? Wypada czwarty termin: 6.

8. 9 :: 12. 6.

27. Jakie tey reguły bydz może skrocenie?

Następujące: dzieląc przez iaką liczbę na pa-mięć wynalezioną termin pierwszy, y trzeci, albo drugi y trzeci, tak aby się nic nie zosta-ło, a wielorazy na ich miejscu kładąc. Tak w ostatnim przykładzie dzieląc drugi termin 9 przez 3, wypada 3, a trzeci 12 także przez 3, wypada 4. Mam proporcją nową: 8. 3 :: 12. 4. Jeszcze pierwszy termin y trzeci dzielię przez 4, wypadają terminy następujące: 2. 3 :: 1. Teraz z małą pracą wypada mi czwarty termin 6, tenże sam co y wyżej.



28. Jak się ta reguła doświadcza?

Mużytyplikuiąc termin pierwszy przez drugi, a termin trzeci przez czwarty. Jeżeli obydwu produkta będą równe, operacya dobrze uczyniona; iak w przykładach położonych widzieć można.

29. Jak wspak obroconą regułę można obrocić na regułę proporcyi porządkney?

Kładę termin, do którego przyłączone jest zadanie, na miejscu pierwszym, a termin iednego z nim gatunku, na miejscu drugim, a trzeci zostający się na miejscu trzecim. Tak w ostatnim przykładzie 12 osob tak się mają do 8, iak dni 9 do dni 6.

$$12. 8 :: 9. 6.$$

---

9

$$12 | 72 | 6.$$

Toż samo w inszych przykładach czyn, gdy ie chcesz na regułę prostey proporcyi obrocić.

### §. 5.

*O regule proporcyi składaney wspak obroconey.*

30. **C**O iest reguła proporcyi składowa wspak obrocona?

Jest ta, w ktorey y proporcya wspak obrocona, y procz terminow pryncypalnych, insze pośrednicze zachodzą, szuka się ieden nieznaiomy.

31. Jak się w niey terminy układają?

Pryncypalne kładą się w rzędzie wyższym, a mniej pryncypalne czyli pośrednicze w niższym; ten zaś, ktoremu się proporcjonalny szuka, y iednegoż z nim gatunku, kładzie się we środku.

*Przy-*

*Przykład I.* Fabryka iedna tabaczna przez rok 1 czyni pożytku złot: 20000; Fabryk 6 pożytku 140000 złot: za wiele lat uczynią?

W tym przykładzie pryncypalne są te: Fabryka 1, rok 1, Fabryk 6; mniej pryncypalne złotych 20000, y złot: 140000. Te więc terminy tak układam:

Fabryk                      Fabryk

1                      6.

I

Złot: 20000                      140000 Złot:

32. Ułożywszy terminy, iak się ta reguła odprawuie?

Dla lepszego pojęcia y łatwiejszey operacyi, trzy przypadki tey reguły położemy: bo albo same terminy wyższe będą miały proporcją wspak obroconą, albo same niższe, albo też y wyższe y niższe będą proporcyi wspak obroconey.

33. Co w pierwszym y drugim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy albo same wyższe, albo same niższe terminy będą miały proporcją wspak obroconą, roztrzasaiąc każde z osobna ( sposobem wyżey podanym ) to iest osobno wyższe, y znowu osobno niższe rozbierając, w takich przypadkach trzeba moltiplikować terminy na krzyż, produkt zaś z prawego terminu wspak obroconego wprowadzonego w lewy porządnny, kłaść potrzeba na pierwszym miejscu za Dzielnika, a produkt z lewego wspak obroconego, y prawego porządnego na miejscu trzecim, średni termin na swoim miejscu niech się zostanie. A tym samym zadanie w regułę prostej porządnej proporcyi

cy obroci się, którą sposobem wyżej opisanym odprawiwszy, wypadnie czwarty termin nieznaiony szukany. Przykłady zaraz to objaśnią

34. Co w trzecim przypadku czynić należy?

Jeżeli po roztrząśnieniu terminów poznaie, że y wyższe y niższe terminy sa wspak obrocone, w ten czas prawe obydwia terminy wyższy y niższy moltiplikuje, a produkt kładę na miejscu pierwszym za Dzielnika; lewe także terminy między sobą rozmnażam, a produkt kładę na miejscu trzecim, średni termin na swoim miejscu zostaje się, a tak będzie reguła proporcji prosta porządna.

*Przykład I.* Co wyżej o Fabrykach, w którym terminy wyższe wspak obrocone:

1.                      6. wspak obrocone.

1.

20000.                      140000

Ułożywszy terminy, roztrząsam, jeżeli wyższe terminy, nie tykając dolnych, sa wspak obrocone, w ten sposób: iedna Fabryka za rok i przynosi pewną sumę pieniędzy; Fabryk 6 iak prędko też samę sumę przyniosą? Rozum sam pokazuje, iż prędzey też sumę przyniosą, iak za rok; więc w gomych terminach proporeya jest wspak obrocona; bo im mnieyszy jest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty mnieyszy od drugiego wynisć powinien. Potym idę do terminów dolnych, y mówię: Fabryka wspomniona 20000 złot: za rok i przynosi, 140000 złot: za wiele lat przyniesie? Poznaie, że więcey lat na to potrzeba; a więc ta proporeya jest porządna: bo im trzeci termin jest większy od pierwszego,

wszego, tym czwarty większy być powinien od drugiego.

Ponieważ tedy terminy wyższe są wspak obrocone, a niższe porządne, operacyą czynię według nauki o przypadku pierwszym y drugim danej; to jest: multiplikuję termin prawy wspak obrocony 6 przez lewy porządkny 20000, mam produkt na termin pierwszy; potym multiplikuję lewy wspak obrocony 1 przez prawy porządkny 140000, a produkt kładę na miejscu trzecim, średni zaś termin 1, piszę we środku, tak: 120000. 1 :: 140000; wypadnie czwarty termin szukany:  $1\frac{1}{2}$ . Jeżeli więc jedna Fabryka przynosi złot: 20000 za 1 rok, Fabryk 6. złot 140000 przynoszą za rok 1 y  $\frac{1}{2}$  czyli 2 miesiące.

*Przykład II.* Jeżeli na 3 konie, 36 miarek owsa wychodzi przez 6 dni; pytam na koni 9 miarek owsa 180 na wiele dni wystanie? Układam terminy:

$$\begin{array}{r|l} 3 & 9 \\ 6 & \\ \hline 36 & 180 \end{array} \quad 324. 6 :: 540. 10.$$

Po odprawioney operacyi, wypada, iż tylko na 10 dni dla 9 koni owies wystanie.

*Przykład III.* Jeżeli 1000 żołnierzy biorą żołdu złot: 5000 za 5 Miesiące, pytam żołnierzy 12000, summa pieniężną złot: 100000 iak długo żywić się mogą?

$$\begin{array}{r|l} 1000 & 12000 \\ 5 & \\ \hline 5000 & 100000 \end{array} \quad 6.5 :: 10.8\frac{1}{2}$$

Wypada liczba szukana  $8\frac{1}{2}$ . to jest, iż owa summa wystarczy im na miesiące 8, y dni 10.

*Przykład IV.* Zboża pewnego 16 stay we 4 dni

dni Zeńcow 10 zżać mogą, pytam stay 30 takowegoż zboża Zeńcow 12 w wielu dniach zeżną? Układam terminy tak:

16.     30. porządne.

4 : :

10.     12. wspak obrocone.

---

192.   4 : :   300.

Operacyą odprawiwszy, wypada 6 dni y 6 godzin; to jest stay zboża 30, zeńcow 12, za 6 dni y 6 godzin zżać powinni.

*Przykład V.* Jeżeli 80 korcy żyta miały się iednym kamieniem w siedmiu dniach; pytam 120 korcy na 3 kamienie w wielu dniach zmiełone będą? Terminy stać będą tak:

90.     120. porządne.

7 : :

1.     3. wspak obrocone.

---

270.   7 : :   120.  $3\frac{1}{27}$ .

Zmiełą się tedy we 3 dniach, y  $\frac{3}{27}$  iednego dnia; czyli we 3 dni, w 2 godz: w 2 kwadr: y w 10. minut.

*Przykład VI.* Na trzeci przypadek.

Piotr pożycza u Jana Talerow bitych 100, na lat 6, obiecując prowizyi 10 od sta; Temuż samemu Piotrowi w potrzebie zostaiącemu pożycza Paweł Talerow bit: 750, 8 tylko od sta sobie wymawiając, ale pod tą kondycyą, ażeby Piotr poty tylko kapitałem iego mógł handlować, poki prowizya iego niewyrowna procentu sześcioltniego Jana; pytam iak długo kapitał Pawła Piotr u siebie trzymać może? Układam liczby, czyli terminy tak:

Kap:



Kap: Jana 100. Lata. 750. Kap: Pawła.

6::

Prowiz: 10. 8. Prowizya.

6000. 6:: 1000. 1.

Ułożywszy terminy, roztrząsam je, mówiąc. 100 Taler: bit: aby pewną summę przyniosły: powinny być na prowizy lat 6. Taler: bit: 750, ażeby tę samą korzyść uczyniły, na wiele lat mają być pożyczone? Widzę, iż na krótszy czas pożyczone być mają; a z tym terminy wyższe są wspaniałe obrocone. Potym idę do niższych terminów, y pytam: 10 od sta biorąc, powroci do swego Pana kapitał w lat 6 z pewną korzyścią, wystarczali tenże sam czasu przeciąg, ażeby tenże kapitał z kondycją ośmiu tylko od sta płacenia pożyczony, korzyść pierwszej równą przynosił? Widzę znowu, iż to być nie może, ale ten kapitał na więcej lat ma być pożyczony. Więc y niższe terminy są wspaniałe obrocone. To rozeznawszy, czynię operacyą sposobem o trzecim przypadku podanym, y dochodzę, iż przez 1 tylko rok summę Pawła Piotr trzymać u siebie może, y nią robić. Prowizya bowiem Pawła 60 Taler: bit: którą za rok ieden bierze, wyrównywa prowizyą sześciu lat Jana, to jest także 60 taler: bitych. Gdyż jeżeli za rok: 100 dają 8:: 750: dadzą 60, y wzajemnie jeżeli 1 rok od 100 daie 10, to lat 6 dadzą 60.

Ta jest cała nauka o regule wspaniałe obroconey składaney. (i)

35. Co

[i] Ta ostatnia reguła proporcji wspaniałe obroconey składaney, ponieważ zaczynającym przytrudna w ro-

35. Co jeszcze w regułach proporcji względem frakcyi uważać trzeba, dla krotszey y łatwiejszey operacyi?

To jeszcze uważać można, osobliwie w regule proporcji prostej: I. Jeżeli frakcja pierwszemu tylko terminowi jest przyległa. N. p.  $12 \frac{1}{2} : 4 :: 20$ .. moltiplikuję przez Mianownika 2 tak pierwszy iako y trzeci termin, y wypadną mi trzy terminy proporcjonalne bez frakcyi,  $25 : 4 :: 40$ .. II. Jeżeli frakcja będzie przyległa drugiemu tylko terminowi, n. p.  $5 : 16 \frac{1}{4} :: 10$ . moltiplikuję przez tegoż Mianownika 3 termin pierwszy y drugi, y będę miał trzy terminy proporcjonalne bez frakcyi:  $15 : 49 :: 10$ .. III. Jeżeli frakcje z jednakowym Mianownikiem przyległe będą pierwszemu y trzeciemu terminowi, n. p.  $3 \frac{2}{3} : 20 :: 10 \frac{3}{4}$ . oby dwa te terminy zmoltiplikowawszy przez powszechnego Mianownika 5, mam regułę bez frakcyi:  $17 : 20 :: 53$ . IV. Jeżeli nakoniec terminy sobie korrespondujące wyrażone będą samemi frakcjami z jednakowym Mianownikiem, n. p.  $\frac{2}{3} : 10 :: \frac{1}{4}$ .. zmazawszy Mianowniki, wypadną mi terminy proporcjonalne:  $2 : 10 :: 1$ . Jeżeli zaś mianowniki różne będą, sprowadzam owe frakcje do iednego Mianownika, ktorego potym zmazawszy, będę miał trzy terminy proporcjonalne bez frakcyi; n. p.  $\frac{1}{2} : 5 :: \frac{1}{3}$ . te frakcje do iednego Mianownika sprowadziwszy, mam:  $\frac{3}{8} : 5 :: \frac{1}{8}$ . teraz zmaza-

wszy

---

zeznawaniu, y zawikłana zdawać się może, zaczym na dwie reguły proporcji prostej można ją będzie obrócić, dwa pytania z iednego zadania czynić, albo też y całe opuścić wolno będzie. Jakoż wielu Arytmetykow o niczy ani wzmiankuia.

wszy powszechnego Mianownika, będą miał regułę proporcji bez frakcyi: 3. 5 :: 4..

Na to tylko mocno pomnieć potrzeba, iż ile razy jeden termin wychodzący w moltiplikacyą skraca się, albo pomnaża przez jaką liczbę, tyle razy, aby inszy do dywizyi należący był skrocony, lub pomnożony przez tęż samą liczbę. To jest w regule porządkney proporcji, może być skrocony przez jaką liczbę trzeci y pierwszy, albo drugi y pierwszy. A w regule proporcji wspak obroconey pierwszy y trzeci, albo drugi y trzeci. Przyczynę tych odmian każdy łatwo pozna, ktokolwiek naukę o liczbach łamanych, a potem o proporcji w powszechności, dobrze pojął y zrozumiał. (k)

## §. 6.

### *O Regule Towarzystwa.*

36. **C**O jest reguła Towarzystwa czyli *Societatis*?

Jest ta, która podaje sposób do podzielenia liczby jakiej na kilka części proporcjonalnych, iak się z przykładów pokaże.

37. Dla czego nazywa się Towarzystwa, albo spółki?

Dla tego, iż naywięcey zażywana bywa od Kupców, którzy społeczeństwo handlow lub intrat, między sobą prowadzą, y utrzymują.

38. Jak się odprawia reguła Towarzystwa?

Odpła-

---

[k] To także ostatnie pytanie położyło się ienynie dla krótszey operacyi reguły proporcji; więc ktoby się powszechnego sposobu moltiplikacyi y dywizyi liczb łamanych trzymać chciał, wolno mu będzie to pytanie opuścić.

Odprawuie się : powtarzając tyle razy regułę trzech prostą, na wiele części proporcjonalnych liczbę zadaną dzielić potrzeba. Terminy zaś układają się tak : Najprzód summy pryncypalne, czyli kapitały zbieram w iedną summę, y kładę to za termin pierwszy. Za termin drugi kładę zysk powszechny albo stratę : za trzeci termin kładę summę pryncypalną każdego z osobna Kupca. Za czwarty termin przy każdej operacyi wypadnie zysk parcyalny, proporcjonalny kapitałowi przez każdego z kupcow złożonemu.

*Przykład I.* Trzech Kupcow zawarłszy z sobą towarzystwo handlowne, dali na zysk społny, każdy z swojej strony, następujące summy. Pierwszy A.łożył złot: 500. Drugi B.łożył złot: 400. Trzeci C.łożył złot: 300. Handlując rok cały temi pieniędzmi, zarobili tylko złotych 800. Pytam ile każdemu z tego zysku proporcjonalnie do swego kapitału przypadnie ?

*Robota.* Zbieram wszystkie kapitały tych trzech Kupcow w iedną summę, to jest: 500 + 400 + 300; y mam za pierwszy termin: 1200; za drugi kładę zysk generalny; za trzeci każdego Kupca z osobna kapitał, y czynię regułę trzech. Oto wizerunek:

Kap.gen:	zysk gen.	kap. parc.	zysk parc.
1200.	800 ::	500. A.	$333\frac{1}{3}$ czyli gr. 10.
1200.	800 ::	400. B.	$266\frac{2}{3}$ czyli gr. 20.
1200.	800 ::	300. C.	200.

Zysk gen. 800,

*Przykład II.* Piotr, Jan y Paweł razem handlując towarami, zarobili ogółem talerow bit: 500.

500. Pierwszy zaś z nich łożył na towary talerow bitych 100. Drugi talerow bit: 200. Trzeci talerow bitych 350. Dzielą się owym zarobkiem; pytam, ile się każdemu dostanie proporcjonalnie do złożoney summy?

Znoszę summy parcyalne w iedną summę, y kładę ją na miejscu pierwszym &c: iak wyżey.

650.	500 ::	100.	76 $\frac{40}{85}$	Piotr
650.	500 ::	200.	153 $\frac{56}{85}$	Jan
650.	500 ::	350.	269 $\frac{35}{85}$	Paweł.

500.

*Przykład III.* Dwóch Jubilerow, z ktorych ieden łożył na dyamenty 2000 Czerw: złot: Drugi 3400 Czerw: złotych, tracą na handlu swoim: 1300. Czerw: złotych; pytam iaka szkoda każdego summie ma być proporcjonalna?

5400. 1300 :: 2000. 481  $\frac{25}{54}$  I.

5400. 1300 :: 3400. 818  $\frac{25}{54}$  II.

*Przykład IV.* Trzech Kupcow nakupiwszy towarow w Indyach, nazad powracali. Pierwszego towar kosztował Czerw: złot: 300. Drugiego Czerw: złot: 500. Trzeciego Czerw: złot: 180. Tym czasem wielka na morzu nawałność powstała, y owi Kupcy przymuszeni byli wyrzucić w morze cięższe swoje towary, ktore kosztowały 400. Czerw: zł: Pytam teraz, ile każdy na tym szkodować będzie, proporcjonalnie do łożonych na towary pieniędzy?

Strata.

980.	400 ::	300.	122 $\frac{44}{98}$	I.
980.	400 ::	500.	204 $\frac{8}{98}$	II.
680.	400 ::	180.	73 $\frac{46}{98}$	III.

400 Czerw: zł:

*Przy-*

*Przykład V.* Trzech Kupców chcą dzielić między siebie złotych 158, pod tą kondycją, aby pierwszy wziął  $\frac{1}{2}$  połowę. Drugi  $\frac{1}{3}$  część trzecią. Trzeci  $\frac{1}{6}$  część szóstą; pytam, ile się każdemu dostanie?

$$\frac{1}{2} \text{ albo. } 1. \quad 158 :: \frac{1}{2}. \quad 79. \quad \text{I.}$$

$$\frac{1}{3} \text{ albo. } 1. \quad 158 :: \frac{1}{3}. \quad 52 \frac{2}{3} \quad \text{II.}$$

$$\frac{1}{6} \text{ albo. } 1. \quad 158 :: \frac{1}{6}. \quad 26 \frac{1}{3} \quad \text{III.}$$

158.

*Przykład VI.* Czterech Kupców wspólnie handlując, zyskali na pewnym iarmarku 6000 Czerw: złotych. Pierwszy zaś z nich dał tylko na towar 60 Czerw: zł. Drugi 100. Trzeci 120. Czwarty 200 Czerw: zł. Chcą wiedzieć, ile się każdemu z tego zysku dostanie, mając wzgląd na kapitały złożone?

$$480. \quad 6000 :: 60. \quad 750. \quad \text{I.}$$

$$480. \quad 6000 :: 100. \quad 1250. \quad \text{II.}$$

$$480. \quad 6000 :: 120. \quad 1500. \quad \text{III.}$$

$$480. \quad 6000 :: 200. \quad 2500. \quad \text{IV.}$$

6000.

*Przykład VII.* Trzech Braci zakupiłą wspólnie majątność czyniącą roczney intraty 70000. zł. Pierwszy A. dał na nią 240000. Drugi B. 300000. Trzeci C. 360000; chcą wiedzieć, ile roczney intraty każdemu z nich z Dobrowych przypadnie?

Wszystkie parcyalne kapitały razem zebrawszy mam:

$$900000. \quad 70000 :: 240000. \quad 18666 \frac{2}{3}. \quad \text{I.}$$

$$900000. \quad 70000 :: 300000. \quad 23333 \frac{1}{3}. \quad \text{II.}$$

$$900000. \quad 70000 :: 360000. \quad 28000. \quad \text{III.}$$

70000.

*Przy-*



*Przykład VIII.* Dłużnik pewny ma czterech kredytorów, z których pierwszemu winien zł: 90. Drugiemu 110. Trzeciemu 80. Czwartemu 50. Tym czasem zbankretowawszy ucieka (albo nagle umiera) kredytorowie więc iego dobra opanowali, y przedawszy ie wzięli tylko zł: 150. Pytam ile każdy kredytor z tey summy proporcjonalnie do długu swego weźmie?

330.	150 ::	90.	40 $\frac{30}{11}$	I.
330.	150 ::	110.	50 ..	II.
330.	150 ::	80.	36 $\frac{12}{11}$	III.
330.	150 ::	50.	22 $\frac{24}{11}$	IV.

150.

39. Co na ten czas czynić potrzeba, gdy do pieniędzy złożonych będą przydane iakie okoliczności, n. p. czasu pewnego?

Ile razy się przytrafi, iż do kapitałów złożonych będą przydane okoliczności czasu, przez który niemi handlowano, w ten czas, tak iak w regule proporcyi składaney, potrzeba wprzód kapitały przezswoy czas rozmnożyć, a potym czynić operacyą iak wyżej.

*Przykład I.* Trzech Kupców wspólny handel prowadzą. Pierwszy z nich złożył Czerw: złot: 200 od lat 3. Drugi złożył 320, lecz od lat 2. Trzeci złożył 500, lecz tylko od roku iednego. Zysk generalny z tego handlu trzechletniego był: 2000 Czerw: złotych. Pytam ile każdy z tego zysku wziąć ma?

*Robota.* Multyplikuję więc każdą summę parcyalną przez iey lata:

$$200 \times 3 = 600.$$

$$320 \times 2 = 640.$$

$$500 \times 1 = 500.$$

H ..... Zbie-

Zbieram teraz w iedno wszystkie produkta parcyalne, mam 1740, y układam regułę trzech iak wyżey :

$$1740. \quad 2000 :: 600. \quad 689 \frac{114}{174}.$$

$$1740. \quad 2000 :: 640. \quad 735 \frac{110}{174}.$$

$$1740. \quad 2000 :: 500. \quad 574 \frac{124}{174}.$$

2000.

*Przykład. II.* Trzech Kupcow razem handlując, zyskali 3000. Czer: zł: Pierwszy z nich złożył na towary 200 Czer: złot: Drugi 450 Czer: złot: Trzeci 500 Czer: złot: Lecz pierwszy z nich odebrał swoy kapitał za 8 miesięcy. Drugi swoy odebrał za 6 miesięcy. Trzeci nakoniec odebrał swoje pieniądze za 10 miesięcy. Przychodzi do działu generalnego zysku. Pytam ile każdy z tego zysku weźmie, mając wzgląd na złożone pieniądze y czas, przez który niemi handlowano?

*Robota.* Multyplikuję terminy pryncypalne przez przypadkowe tak : 200 X 8 miesięcy 450 X 6. 500 X 10. Toż produkta razem zebrawszy, układam terminy, y czynię regułę proporcyi trzy razy :

$$930. \quad 3000 :: 1600. \quad 516 \frac{12}{93} \text{ I.}$$

$$930. \quad 3000 :: 2700. \quad 870 \frac{90}{93} \text{ II.}$$

$$930. \quad 3000 :: 5000. \quad 1612 \frac{84}{93} \text{ III.}$$

3000.

*Przykład III.* Dwóch Kupcow A y B zawierają z sobą przyjaźń na wspólny handel. A łoży na towary Cz: zł: 200, a po 6 miesiącach znowu daie 50. Cz: zł: B zaś łoży Cz: zł: 400, a po 4. miesiącach, bierze nazad 100 Cz: zł: Po skończonym roku mają zarobku Cz: zł: 600. Pytam iak wiele z tego zysku każdy wziąć powinien ?

W tym

W tym przykładzie pierwszego Kupca A Cz: zł: 200 multiplikuję przez 6 miesięcy, przez który czas niemi handlowano, mam 1200, do tych przydaię Cz: zł: 50, które po 6 miesiącach przyłożył, wypada, 1250 Cz: zł: Potym drugiego Kupca B Czerw: złot: 400. multiplikuję przez 4 miesiące, wychodzi: 1600; z tych odciagam 100 Czerw: złot: które odebrał, zostaje: 1500 Cz: zł: Teraz te summy zbieram, y kładę na pierwszym miejscu &c.

$$2750. \quad 600 :: 1250. \quad 272 \frac{200}{275}$$

$$2750. \quad 600 :: 1500. \quad 327 \frac{25}{275}$$

600.

40. Kiedy kapitały Kupców będą równe, a czas nierówny, iak krocey tę regułę spółki odprawić można;

W takowym przypadku dosyć będzie części czasu razem zebrane położyć na pierwszym miejscu na trzecim zaś każdą częśćkę z osobna; reszta iak wyżej.

*Przykład I.* Dwoch Kupców łożyli na towary zł: 40000, każdy po 20000. Ale iednego summa była na handlu 12 miesięcy. Drugiego tylko 10 miesięcy. Zyskali na towarach zł: 1000. Pytam wiele z tego zysku każdy weźmie?

*Robota.* Zbieram w iednę sumnę miesięcy 12 y miesięcy 10; będzie 22 miesięcy. Kładę to na miejscu pierwszym, zysk generalny na drugim, a na trzecim miesiące; przez które każdego pieniądze na handlu były, y czynię dwa razy regułę proporcji tak:

zysk gen: Mies:

$$22. \quad 1000 :: 12. \quad 545 \frac{10}{22} \quad \text{I.}$$

$$22. \quad 1000 :: 10. \quad 454 \frac{12}{22} \quad \text{II.}$$

H2 1000. Przy-

*Przykład II.* Przech sług służyli Panu iednemu pewny czasu przeciąg. Pierwszy służył lat 8, drugi lat 6, trzeci lat 10 Pan umierający, ponieważ im zasług niewypłacał, za isue im 6000 złot. ażeby te w proporcji do czasu ich zasług, podzielone między nich były. Pytam wiec każdemu Exekutor testamentu dać powinien?

Podobnie w tym przykładzie zbieram lata, ktorych tu jest: 24, y kładę na mieyscu pierwszym, na drugim pieniądze legowane; na trzecim każdego sługi lata &c.

$$\begin{array}{rcl} 24. & 6000 :: & 8. \quad 2000. \quad \text{I,} \\ 24. & 6000 :: & 6. \quad 1500. \quad \text{II.} \\ 24. & 6000 :: & 10. \quad 2500. \quad \text{III.} \end{array}$$

---

6000.

41. Jakie tey reguły doświadczenie?

Doświadczenie dobrze odprawioney reguły Towarzystwa jest to: gdy zebrawszy wszystkie parcyalne zyski albo straty, postrzegam, iż wyrównywią generalnemu zyskowi albo stracie, iak przy każdym przykładzie widzieć się daie.

§. 7.

*O regule wiązania.*

42. **C**O jest reguła wiązania albo *Alligatio-nis*?

Jest ta, ktora mi podaie sposob do wynalezienia sprawiedliwey ceny iakiey mieszaniny, albo też do wynalezienia części lub miar, rzeczy zmieszanych, gdy średnia taka dana będzie.

43. Dla czego się nazywa wiązania?

Bo w niey rzeczy różney między sobą ceny

ny wiążemy, czyli mieszamy, n. p. różne trunki, towary, kruszcze, miary, wagi, albo też taxę średnią założywszy, wiążemy, y szukamy części z danych trunkow, albo towarow, aby za owę średnią taxę sprawiedliwie sprzedać ie można. A zatym dwa tey reguły trafunki bydź mogą.

44. Jak się ta reguła odprawuie w pierwszym trafunku?

Kiedy ceny sprawiedliwey iakiey mieszani-ny szukam, multiplikuję miary czyli części przez dane ceny, y układam regułę proporcyi: Na pierwszym miejscu kładę miary, czyli części razem zebrane. Na drugim sumę generalną wyrażającą cenę wszystkiey owey mieszani-ny. Na trzecim iedną miarę, funt, czyli czastkę, która w pytaniu zadana była. Potym przez termin pierwszy dzielę drugi, bo trzeci iedno znaczący nie multiplikuje, y wypadnie liczba szukana.

*Przykład I.* Ma Kupiec dwoiakiego rodzaju Tabakę: Maroko funtow 30, a Hollenderki funtow 10. Pierwszą przedaie po złot: 5. Drugą po złot: 3. Miesza owe tabaki; pytam poczem funt owey Tabaki mieszaney przedawać powinien?

*Robota:* Multiplikuję najprzod funtow 30 przez złot: 5; potym funtow 10 przez złot: 3. Dwa te produkta wypadające razem zebrawszy, kładę na miejscu drugim, a na pierwszym sumę funtow:  $30 \times 10$ , to iest: 40. Na trzecim zaś funt ieden, ktorego ceny szukam. Tym sposobem:

Funty.

Funt. Złote.

$$30 \times 5 = 150.$$

$$10 \times 3 = 30.$$

$$40 \quad 180 :: 1. 4 \frac{1}{2}.$$

Więc funt Tabaki owej zmieszanej przedawać ma po puł pięta złotego.

*Przykład II.* Ma kto dwoiakie żyto; przedniejszego korcy 15, pośledniejszego korcy 20. Pierwszego korzec przedaie po złot: 14. Drugiego po złot: 12. Zmieszawszy owo żyto razem, pytam po czemu korzec przedawać powinien?

Toż samo co wyżej uczyniwszy wypadnie liczba szukana  $12 \frac{2}{7}$ .

$$15 \times 14 = 210.$$

$$20 \times 12 = 240.$$

$$35 \quad 450 :: 1. 12 \frac{30}{37} = \frac{6}{7}.$$

*Przykład III.* Ma Mincarz troiakiey proby. srebro; iednego grzywna po złot: 74, drugiego po złotych 65, trzeciego po złot: 58. Pierwszego ma grzywien 200. Drugiego 180 Trzeciego 90. Troiakie to srebro stopiwszy w iedną masę; pytam po czemu iedna grzywna w ten czas przypadnie?

Mułyplikacyą, y dywizyą uczyniwszy, mam liczbę szukaną:  $67 \frac{23}{37}$ .

$$200 \times 74 = 14800.$$

$$180 \times 65 = 11700.$$

$$90 \times 58 = 5220.$$

$$470. \quad 31720 :: 1. 67 \frac{23}{37}.$$

*Przykład IV.* Kupiec ma dwoiakie wosk, przedniejszy y pośledniejszy, pierwszego ma funtow 100; funt po złot: 2. gr: 15. Drugie-



go ma funtow 60; funt po zł: 2. Robi z tego swiece: knoty y robota kosztuje go złotych: 15. Chce na każdym funcie zarobku po gr: 4. Pytam po czemu funt każdy ma przedawać?

Funty. Złot: Gr: Gr: Grosze.

$$100 \times 2 \frac{1}{2} = 250 \text{ czyli } 250 \times 30 = 7500.$$

czyli  $X \cdot 60 = 3600$ .

Złot: 15 =      groszom :      450.

160. 11550 :: 1. 72 groszy.

Frakcyą porzucam, a przydaię 4 gr: które na każdym funcie chcę zyskać; wypada: 76 gr. Tyle więc za funt każdy ma brać. Procz tego ma y na tym zarobek, iż świece z knotami więcey ważą, y więcey funtow składają, iak sam воск osobno wzięty.

45. Jak się ta reguła doświadcza w pierwszym razie?

Tak iak reguła proporcji prosta porządną, to jest: produkt liczb średnich powinien być równy produktowi liczb skrajnych. O czym wyżej dostatecznie mowiliśmy.

46. Jak się ta reguła odprawia w drugim trafunku?

Kiedy pewną taxę założywszy, rzeczy różnych gatunkow mięszać potrzeba, aby mieszanię z nich zrobioną, za taxę owę sprawiedliwie sprzedać można; w ten czas ceny trunkow, lub towarow (albo iakichkolwiek innych rzeczy) kładę jednę pod drugą; a na lewey ręce piszę liczbę danych pieniędzy czyli taxę. Potym porównyвам cenę większą towaru lub trunku z daną taxą, a przewyżki zachodzące piszę na prawey stronie cen danych. To uczyniwszy zbieraią się do kupy prze-

przewyżki, y kładą się na pierwszym mieyscu. Na drugim cząstka czyli liczba szukana, to jest ieden garniec, albo funt &c. Na trzecim iedna z przewyższek, y powtarza się tyle razy reguła proporcyi, ile jest cen danych czyli przewyższek. Każdy czwarty termin ukaże mi liczbę szukaną. Oto przykłady:

*Przykład I.* Korzennik Szafranu podlejszego funt przedaie po złot: 50, przednieyszego funt po złot: 62. Taxa Szafranu stanęła po złot: 55. Pytam iak ma mięszać obydwia rodzaje Szafranu, aby mógł bez swoiey szkody przedawać funt po złot: 55?

Według przepisanej nauki kładę iedną cenę pod drugą, a taxę 55 kładę na lewey stronie tak:

Ceny

50.

Taxa 55

62.

To uczyniwszy wiążę, czyli porównanym przez Subtrakcyą cenę mnieyszą z taxą 55, mowiąc: 50 od 55, zostaje się 5; tę przewyżkę piszę na wspak przy 62 po prawey stronie. Potym porównywan drugą cenę, mowiąc: 55 od 62, zostaje się 7; tę przewyżkę kładę po prawey stronie przy 50. Toż dopiero zbieram te przewyżki w iedną sumę, y układam regułę proporcyi według podanej nauki. Oto wizerunek:

	Ceny	Przewyżki.
	50	7
Taxa 55	62	5.

Summa przewyższek: 12. 1 :: 7  $\frac{7}{12}$ .

12. 1 :: 5  $\frac{5}{12}$ .

Z pod-

Z podlejszego tedy Szafranu ma brać na funt  $\frac{7}{12}$ , a z przedniejszego po  $\frac{1}{12}$ , to zebrawszy będzie miał  $\frac{12}{12}$ , czyli funt cały czego szukałem.

*Przykład II.* U Winiarza znajdyń się dwa gatunki wina: iednego garniec po złotych 20, drugiego po złot: 15. Jeżeli kto niedaie mu tylko złot: 17, a chce żeby mu podług danych pieniędzy z oboygą win ieden garniec dano; pytam ile Winiarz z pierwszego, ile z drugiego wina zmięszac powinien, ażeby kupującemu dał garniec wina w sprawiedliwej do danych pieniędzy proporcji?

Ceny win	
20.	2
Taxa 17	
15.	3.
<hr/>	
Summa przewyższek:	5. 1 :: 2 $\frac{2}{5}$ .
	5. 1 :: 3 $\frac{3}{5}$ .

Z pierwszego tedy wina wziąwszy dwie części z pięciu, a z drugiego trzy części z pięciu iednego garca, będzie  $\frac{5}{5}$  czyli garniec ieden wina takiego, ktorego cena sprawiedliwa złotych 17.

47. Co ieszcze o tey regule wiedzieć potrzeba?

Kiedy się trafi, iż nie dwoch, ale więcej rzeczy, ceny dane będą, w ten czas trzeba brać zawsze po dwie ceny ustanowione (z ktorych iedna koniecznie mnieysza, druga większa nad dane pieniądze, czyli taxę byź powinna, y wiązać ie sposobem wyżej podanym z danemi pieniędzmi, tak aby każda cena raz przynaymniey wiązana była. Chociaż

zaś

zaś iednę cenę kilka razy wezmiesz na wiązanie iey z drugiem, to bynajmniey nie szkodzi, zwłaszcza w ten czas, kiedy tylko ta iedna cena nad dane pieniądze jest większa. N.p.

*Przykład III.* Mincarz ma srebro troiakiey proby: pietnastey, trzynastey, y dziewiątey, y chcąc go topić na dwunastą ligę, potrzebuie wiedzieć, wiele ma wziąć ktorego srebra na grzywnę iedną? Ułożywszy terminy czynię porównywaną następującym sposobem:

	15	3.
	13	3.
12	—9	1 + 3.

Sum: przewyż: 10. 1 :: 3.  $\frac{3}{10}$ .

10. 1 :: 3.  $\frac{3}{10}$ .

10. 1 :: 4.  $\frac{4}{10}$ .

Więc srebra z pietnastey proby weźmie trzy części z dziesięciu; z proby trzynastey, także trzy części z dziesięciu; z proby dziewiątey cztery części z dziesięciu, co wszystko uczyni iedną grzywnę dwunastey proby.

*Przykład IV.* Funt Szafranu przedaie się po złot: 30. Cynamonu po złot: 24. Goździkow po złot: 8. Herbaty po złot: 14. Daie kto zł: 25, ażeby mu za nie nic więcej tylko ieden funt tych wszystkich korzeni przedano; pytam ile z każdego gatunku na ten ieden funt dać powinien Kupiec?

Ceny	Przewyżki.
Dane pienią- 30.	1 + 17 + 11.
dze: 25.	
24.	5
8.	5
14.	5.

Sum-

Summa przewyższek : 44.

$$44. 1 : : 29. \frac{29}{44}.$$

$$44. 1 : : 5. - \frac{4}{44}.$$

$$44. 1 : : 5. - \frac{5}{44}.$$

$$44. 1 : : 5. - \frac{5}{44}.$$

W tym przykładzie, że tylko jedną ceną, to iest złot: 30, większa iest nad daną cenę złot: 25, insze zaś trzysą od niey mnieysze, przeto cenę 30 biorę z każdą z osobna z trzech cen następujących, y wiążę z danemi 25 złotemi; dla tego summa przewyższek przy pierwszey cenie 30 iest naywiększa, to iest: 29, ponieważ tę pierwszą cenę 30 ze wszystkimi następującemi wiązałem. Potym czyni się reguła trzech &c.

Frakcyę pokazują wiele części z każdego korzenia brać potrzeba; a razem zebrane czynią funt ieden, iak potrzebowano.

*Przykład V.* Pewny chcąc Kościołowi dzwon ofiarować, każe nań Rzemieślnikowi z czworakiego kruszczu przysposobić sobie materiją. Pierwszego kruszczu cetnar, daymy, kosztuje złot: 12. Drugiego zł: 14. Trzeciego zł: 20. Czwartego 30 zł. Chce zaś ażeby ow dzwon ulany ważył funtow 3500. Daie na sam materiał złot: 560. Pytam teraz, ile Rzemieślnik z każdego kruszczu cetnarow brać powinien, aby woli Fundatora zupełnie dosyć uczynił?

W tym przykładzie nayprzod: 3500 funtow sprowadzam na cetnary, dzieląc przez 100. Wypadnie cetnarow 35. Potym szukam ceny cetnaru iednego z pomieszanych owych kruszczow, przez proporcją w ten sposób: 35 cetnarow kosztować będą złot: 560, wieleż ieden cetnar? Wypadnie złotych 16.

Teraz

Teraz porównywał albo pierwszą cenę daną z ostatnią, albo pierwszą z trzecią, a drugą z czwartą &c. Toż dopiero układam regułę proporcji. Na pierwszym miejscu kładę sumę przewyższek. Na drugim cetnary 35. z funtów uczynione. Na trzecim po jednej przewyżce. Oto wizerunek :

	12	14.
16..	14	4.
	20	2.
	30.	4.
<hr/>		
	24.	35 :: 14. 20 $\frac{10}{24}$ .
	24.	35 :: 4. 5 $\frac{20}{24}$ .
	24.	35 :: 2. 2 $\frac{2}{24}$ .
	24.	35 :: 4. 5 $\frac{20}{24}$ .

Z pierwszego tedy kruszcza powinien brać cetnarów  $20 \frac{10}{24}$ . Z drugiego cetn.  $5 \frac{20}{24}$ . Z trzeciego  $2 \frac{2}{24}$ . Z czwartego  $5 \frac{20}{24}$ . Co wszystko uczyni cetnarów 35.

*Przykład VI.* Hiero Krol Syrakuski dla Bózków swoich kazał Złotnikowi zrobić koronę złotą 100 funtów ważącą. Zrobioney gdy się dobrze przypatrzył, postrzegł, iż nie była z szczerego złota, ale z srebrem zmieszana. Y żeby mógł był dociec, iak wiele srebra było przymieszanego, przyzwał na pomoc Archimedes, który zaraz Złotnika zdrady doszedł tym sposobem : wziął bryłę złota teyże samey co y korona wagi, y bryłę srebra ważącą także 100 funtów. Potym obydwie te bryły, iako y koronę zrobioną, każdą z osobna wpuścił w naczynie wody pełne, a wytłoczoną wodę od bryły złota, srebra y korony zmierzył, y z tych miar, wzięwszy ich proporcją,  
do-



doszedł wiele funtów srebra do owej korony  
Złotnik przymieszał.

Daymy już, że bryła złota wyrzuciła wo-  
dy 20. kwaterek. Korona 24 kwaterek. Bryła  
srebra 36 kwaterek. Pytam, iak wiele srebra  
było do korony przymieszanego? Układam  
liczby tym sposobem;

20	12.
24.	
36	4.
<hr/>	
16.	100 :: 12 75.
16.	100 :: 4. 25.

100.

Złota więc w owej koronie było funtów  
75, a srebra przymieszanego 25 funtów, kto-  
re razem zebrane, czynią 100 funtów, ile  
korona ważyła.

Niepotrzeba zaś było koniecznie brać bryłę  
złota y srebra, tyle ważącą co y korona, lecz  
w takowey okoliczności, dosyć iest wziąć  
mnieyszą bryłę pomienionych kruszczow, a  
wsiąwszy proporcją, doysć można szukaney  
liczby, n. p. ieden funt złota wyrzuca tyle  
wody . . funtów 100 wiele wody wyrzucić  
powinny . . *Et c.* A ztąd podaie się łatwy spo-  
sob na doyscie wiele do iakiego kruszczu z in-  
szego od Złotnika bydz może przymieszanego.

48. Jaka iest proba tey reguły w drugim  
trafunku?

Potrzeba zebrać wszystkie cząstki rzeczy  
zmieszanych: ieżeli rowne są całe y mieszani-  
nie, czyli rzeczy w pytaniu wyrażoney, ope-  
racya dobrze uczyniona, iak przy każdym  
przykładzie widzieć się daie. Lecz że ta pro-  
ba

ba mylna czasem bydz może dla omyłki w przewyżkach popełnionej, mimo ktorej proba dobrze wypadać zwykła, przeto lepiej będzie doświadczyć, ieżeli ceny wszystkich części, z ktorych się cała mieszanina składa, wyrównywią cenę czyli taxę całej mieszaniny. N. p. w II. przykładzie: ieden garniec kosztuje 20 złot: wiele  $\frac{2}{3}$ ? wypadnie złot: 8. Y znowu: ieden garniec kosztuje złotych 15. wiele  $\frac{3}{4}$ ? wypadnie 9. Teraz 8 a 9, uczyni 17, iak założono. (1)

## §. 8.

*O regule domniemania albo założenia.*

49. **C**O jest reguła fałszywego założenia, *Regula Positionis vel Falsi?*

Jest ta, ktora przez założenie liczby fałszywej, uczy dochodzić liczby rzetelnej, ktora by żadanemu pytaniu zadosyć uczyniła, Y dla tego zowie się fałszywego założenia, iż z fałszywej liczby prawdziwej dochodzi.

50. Wieloraka jest ta reguła?

Jest dwoiaka: Prostej czyli iednego, y dwoistego założenia: *Simplicis & duplicis Positionis.*

51. Co jest reguła iednego założenia?

Jest ta, ktora założeniem iednej liczby na upodobanie, rozwiązuie trudność zadaną. Y o tej teraz mowa, o drugiej niżej.

52. Jak się odprawuie reguła prostej czyli iednego założenia?

Odpą-

---

[ 1 ] Nierozszeraam się nad tą regułą, gdyż w pożyciu ludzkim mało y rzadko bywa używana, zwłaszcza w drugim trafunku.

Odprawnie się następującym sposobem: I. Zakładam sobie liczbę, którą zdadną bydzę sądzę na rozwiązanie zadanego pytania, y to się zowie założenie (*positio*). II. Miarkuję y roztrząsam, ieżeli liczba założona czyni dośyc zadanemu pytaniu. III. Gdy widzę, iż nie czyni zadosyć, układam regułę proporcji, za ktorey pomocą liczby prawdziwey dochodzę. W tey zaś proporcji pierwsze mieysce mieć będzie liczba, która z fałszywego założenia wypadła, drugie mieysce fałszywe założenie, tuzecie nakoniec mieysce zasiędzie liczba zadana, czwarty termin wypadły, rzetelną liczbę ukaże. Przykłady następujące rzecz tę lepiej objaśnią.

*Przykład I.* Kupiec pewny z iarmarku przyszedłszy, spytany: iak wiele czerwonych złotych przyniosł, odpowiedział: iż pięć razy więcey w domu zostawił, niżeli ma przy sobie, a wszystkich pieniędzy ma 42 Czerw: zł: Pytam iak wiele przyniosł?

*Rozwiązanie.* Daymy, że miał przy sobie przyszedłszy z iarmarku 1 Cz: zł: więc w domu zostawił 5. Czerw: zł. Lecz że 1 y 5 Cz: zł: razem zebrane nie czynią 42 Cz: zł: iak zadanie wyciąga; więc na doyscie rzetelney liczby układam regułę proporcji: kładąc za pierwszy termin liczbę z fałszywego założenia wypadającą, to jest 6. Za drugi kładę fałszywe założenie, to jest 1 A za trzeci termin kładę liczbę zadana, to jest 42 Cz: zł. Czwarty termin liczbę szukaną wskaże.

$$6. \quad 1 :: 42. \quad 7.$$

Jak się ma 6 do 1, tak się mieć powinno 42 do 7.

Miał tedy przy sobie 7 Czer: zł. Albowiem pięć razy tyle, to jest pięć razy siedm, czyni: 35. do tych dodawszy 7, wypada: 42. Więc przez wynalezioną liczbę zadanemu pytaniu dosyć się stało.

*Przykład II.* Pewny umierając legował na trzech Synowcow swoich 8000 złotych z tą kondycją: ażeby pierwszy wziął dwa razy tyle co drugi, a drugi trzy razy tyle co trzeci. Pytam wiele każdy z nich weźmie?

*Rozwiązanie.* Daymy że trzeci bierze złotych 10; więc drugi 30, a pierwszy 6. Zbieram te summy, y uważam, ieżeli zadanu owemu stało się dosyć. Widzę, iż nie; gdyż tylko wynoszą 100, a powinny być wynosić 8000. Układam tedy regułę proporcji sposobem wyżej podanym.

$$100. \quad 10 :: 8000. \quad 800.$$

Jeśli tedy ostatni bierze 800, więc drugi 2400, a pierwszy 4800. Te summy razem zebrane wynoszą 8000, ktore legowano; więc iuż zadanie rozwiązane.

*Przykład III.* Jan umierając zostawił 5000. Czerw: złot: testamentem Zonie, Corce y Synowi; ale pod tym warunkiem: ażeby Zona cztery razy więcej wzięła niż Corka, Syn zaś pięć razy więcej niżeli Zona. Pytam wiele Zona, wiele Corka, wiele Syn weźmie?

Daymy że Corka bierze Cz: zł: 1, więc Zona 4, Syn zaś pięć razy więcej niż Zona, to jest: 20. Te summy w jedno zebrane, wynoszą Cz: zł: 25. Jan zaś zostawił 5000 Cz: zł. Więc na doyscie prawdziwey liczby układam regułę trzech:

$$25. \quad 1 :: 5000. \quad 200.$$

Wie-

Wieloraz 200 pokazuje, iż tyle weźmie Cor-  
ka; więc Zona 800, a Syn 4000. . Te summy  
zebrane czynią 5000 czerwonych złotych od  
Jana zostawionych.

*Przykład IV.* Pewny Kupiec spytany, iakby  
wiele wszystkie iego towary warte były? od-  
powiedział: ceny, którą wszystkie moje to-  
wary wynoszą, wzięwszy część trzecią, część  
czwartą, y część piątą, miałbyś Czer: zł: 470.  
Chcę wiedzieć, wiele w samey rzeczy towary  
iego warte?

W tym y w innych podobnych przykładach,  
rzecz iest oczywista, iż tu taką liczbę brać po-  
trzeba, ktorey część trzecia, część czwarta y  
piąta, uczynią Cz: zł. 470. Kładę za tę sum-  
mę n. p. 60. ktorych część trzecia, iest 20,  
część czwarta iest 15, część piąta iest 12.  
Wszystkie te summy czyli części zebrawszy,  
to iest:  $20 + 15 + 12$ , wynoszą 47. Lecz  
powinny były czynić 470. Układam więc re-  
gułę proporcji sposobem następującym.

$$47. \quad 60 :: 470. \quad 600.$$

Dochodzę tedy, że wszystkie owe towary  
warte Cz: zł: 600; gdyż z tych część trzecia  
czyni 200, czwarta 150, piąta 120; te  
zaś części dodane, czynią razem Czerw: zł:  
470, iak założono.

*Przykład V.* Nieprzyacielskiego woyska  
część trzecia zabita, część czwarta w nie-  
wolą wzięta, a tysiąc uciekło. Pytam ile by-  
ło wszystkiego woyska, potym iak wielu na  
placu legło, y wielu w niewolą wzięto.

Daymy że wszystkich żołnierzy było 24.  
Zaczym trzecia ich część będzie 8, czwarta  
6. Te części zebrawszy, mam 14. Ktore od-

ciągam od 24 założonych, zostaje się 10, a powinno było zostać się 1000. Układam przeto regułę proporcji tak: 10 zostaje się, gdyby ich było 24; aby ich zostało 1000, wiele ich bydz musiało?

$$10. \quad 24 :: 1000. \quad 2400.$$

Wypada wszystkich żołnierzy 2400, których część trzecia zabitych, czyni 800, część czwarta brancow, czyni 600, a 1000 uciekłych, wszystko wynosi 2400.

*Przykład VI.* Sokrates spytany, wieleby miał Uczniow, odpowiedział: połowa Uczniow moich słucha Fizyki, czwarta część Metafizyki, osma część Matematyki, a procz tego mam nowych 8. Pytam iak wiele miał wszystkich Uczniow?

Daymy że miał Uczniow 16; więc połowa będzie 8, czwarta część 4, osma część 2. Znoszę te części, y mam 14. te odciągamy od 16, zostaje 2, a powinno było zostać 8. Zaczynam układać regułę proporcji tak:

$$2. \quad 16 :: 8. \quad 64.$$

Miał więc wszystkich Uczniow 64, z których połowa jest 32, część czwarta 16, część osma 8, y nowych ośmiu; tych wszystkich razem dodawszy, uczyni: 64.

*Przykład VII.* Student dostawszy od Rodziców pewną liczbę gruszek, gdy powracał do gospody, w drodze rowiennikowi swemu, z nim spotkawszy się, dał połowę; w bramie miasta dał bratu swemu połowę połowy, czyli część czwartą, do gospody przyszedłszy dał współ uczniom swoim część piątą, samemu, gdy rachuje, pięć tylko w kieszeni zostało się. Pytam ile gruszek Rodzice mu dali?

Day-



Daymy, że mu dali 20, więc połowa będzie 10, czwarta część 5, piąta część 4. Zbieram te części, mam 19; te odciągamy od 20, zostaje się 1, a zostać się powinno było 5. Więc mówię: 1 zostaje założywszy 20, aby się zostało 5, wiele trzeba było założyć?

1. 20 :: 5. 100.

Wypada 100. Darował więc 95, a samemu 5 zostało się. Co czyni sto.

53. Na czym się zasadza reguła fałszywego założenia?

Zasadza się na regule proporcji porządkney; albowiem w tej regule iak się ma liczba z fałszywego założenia wynikająca, do liczby fałszywie założoney, tak się mieć powinna liczba dana rzetelna, do rzetelnego założenia. Zaczem łatwe rozwiązanie zadań zawisło naywięcej na porządnym ułożeniu w proporcję terminów fałszywego założenia, aby za położeniem rzetelnego terminu na miejscu trzecim, na czwartym wypadło rzetelne założenie zdadne na rozwiązanie zadanego pytania.

54. Jak się ta reguła doświadcza?

Uważam y roztrząsam, ieżeli wynaleziona liczba, czyni zadosyć pytaniu zadanemu ze wszystkimi jego kondycjami, iak po każdym przykładzie widzieć się daie.

### §. 9.

*O regule dwoistego fałszywego założenia.*

55. **C**O jest reguła dwoistego założenia, *Duplicis Positionis*?

Jest ta, która rozwiązuje zadaną trudność przez założenie dwóch liczb do upodobania.

12... Ta

Ta reguła iest uniwersalniejsza, niż poprzedzająca; gdyż wszystkie pytania, które tamta rozwiązuje, y ta rozwiązać może, ale nie przeciwnie, bo ta wiele inszych rozwiązuje, których tamta niepotrafi.

§ 6. Jak się odprawuie reguła dwoistego założenia?

*Nayprzód*, Bierze się za summę, ktorey szukasz, iakakolwiek liczba, iak w regule iednego założenia, która roztrząsniona, według zadanych kondycyi, gdy danemu pytaniu nieczyni zadosyć błąd w założeniu tey liczby zachodzący, pisze się na prawey stronie tegoż założenia, lecz z tą różnicą: iż ieżeli błąd ow iest popełniony przez większe założenie (*per excessum*) nad rzetelną liczbę, ktorey szukasz, trzeba go pisać przy owym założeniu, ze znakiem addycyi  $+$ ; a ieżeli błąd ow iest popełniony przez mnieysze założenie (*per defectum*) nad liczbę, ktorey szukasz, trzeba go pisać ze znakiem Subtrakcyi  $-$ ; z których znakow pierwszy  $+$  znaczy większość, drugi  $-$  znaczy mnieyszość, czyli brak.

*Powtore*: Bierze się za drugie założenie insza liczba, od pierwszej założoney większa, lub mnieysza, według upodobania (w niektórych przykładach bardzo rzecz pożyteczna, brać liczbę podwoyną pierwszej, *duplum prioris positionis*) a roztrząsnąwszy ją podobnie iak y pierwszą; ieżeli y ta zadanemu pytaniu zadosyć nieczyni, pisze się także przy niej błąd ze znakiem większości  $+$ , lub ze znakiem mnieyszości  $-$ , iak wypadnie. Te więc błędy albo obydwa będą popełnione przez większość  $+$ , lub obydwa przez mnieyszość  $-$ , y zowią się

podo-s

podobne; albo ieden przez większość, drugi przez mniejszość, y zowią się nie podobne,

57. Jak więc w tych obydwóch trafunkach postąpić sobie trzeba?

I. Kiedy błędy są sobie podobne, multiplikuy założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, y wzajemnie założenie drugie multiplikuy przez błąd założenia pierwszego. Potym zachodzącą między temi dwiema produktami przewyżkę (m) podziel przez przewyżkę zachodzącą między błędami. Wieloraz wypadły pokaże rzetelną liczbę, ktorey szukasz.

II. Jeżeli zaś błędy są sobie nie podobne, w ten czas produkta obydwu wzmiankowanym sposobem uczynione, w iedną summę zbierz, y podziel przez błędy obydwu w iedną summę zniesione. Wieloraz wskaże liczbę rzetelną dotąd nie wiadomą.

*Przykład I.* Trzech Kupcow zarobili 400 złotych. Zysk drugiego większy jest niż pierwszego złot: 12. Zysk zaś trzeciego większy jest niż drugiego złotem 16. Chcę wiedzieć zysk każdego z osobna Kupca?

*Rozwiązanie.* Zakładam sobie do upodobania liczbę zysku pierwszego Kupca, n. p. zł. 1. y roztrząsam, jeżeli się ta liczba zgodzi z okolicznościami zadanego pytania: w ten sposób: Jeżeli pierwszy Kupiec zyskał złoty 1, to wtóry zyskać musiał: 13, a trzeci 29, ktore zyski czynią złot: 43, a miało być złot: 400. Założona więc liczba nie czyni zadosyć pytaniu, y błąd, czyli różnica między znalezioną liczbą 43, a rzetelną 400, jest zł: 357,

I3

ktore

---

[m:] Przewyżka czyni się odciągając mniejszą liczbę od większej.

które piszę na prawey stronie założenia pierwszego, ze znakiem mnieyszości — tak :

I. Założenie 1. Błąd — 357.

Zakładam potym inszą liczbę, n. p. daię że pierwszy Kupiec zyskał 2 złote, więc drugi zyskał : 14, trzeci : 30. Te zyski zniesione uczynią złot : 46, a powinny były uczynić zł : 400. Więc y tu błąd iest popełniony przez mnieyszość złot : 354, od summy rzetelney, który piszę na prawym boku założenia drugiego ze znakiem — tak :

II. Założenie 2. Błąd — 354.

A ponieważ w tey operacyi obydwą błędy są sobie podobne, to iest: obydwą w założeniu popełnione przez mnieyszość od rzetelney summy; więc według nauki daney w pierwszym punkcie, multiplikuję założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, to iest  $1 \times 354 = 354$ , a założenie drugie multiplikuję przez błąd założenia pierwszego, to iest  $2 \times 367 = 714$ . Z tey multiplikacyi obydwą produkta wynikające, mnieyszy od większego odciągamy, to iest  $714 - 354$ , mam przewyżkę między temi produktami zachodzącą 360, którą dzielę przez przewyżkę 3, między dwoma błędami zachodząca (bo  $357 - 354 = 3$ ) y mam wieloraz 120, który pokazuje, że pierwszy Kupiec zyskał złot : 120, więc drugi zyskał 132, a trzeci 148, gdyż te parcyalne zyski dodane czynią 400. złotych, która summa w pytaniu założona była. Oto tey roboty wizerunek :

I. Założenie 1. Błąd — 357.

II. Założenie 2. Błąd — 354.

Przewyżka błędów - - 3.

Pro-

Produkt drugi      z 2 X 357 = 714.

Produkt pierwszy z 1 X 354 = 354.

Produktów przewyżka = 366.

Podzielenie przewyżki produktów przez przewyżkę błędów:  $3 \mid 366 \mid 120$ . Wieloraz.

*Przykład II.* Kaius umierając zapisał trzem Kościołom A. B. C. sumnę czerwonych złotych 110. z tą kondycją, ażeby drugi Kościół B wziął tyle dwoie co A, y nad to 10 Cz: złotych: C zaś aby wziął tyle co B, y jeszcze 15 Cz: złotych. Pytam ile się każdemu Kościołowi dostanie?

Na rozwiązanie pytania tego, kładę dla A. 1 Cz: złotych: więc B weźmie 12, C zaś 27, te liczby razem dodane, czynią 40 Czerw: złotych: a miały czynić 110. Błąd tedy popełniony jest — 70.

Kładę znowu dla A Czerw: złotych: 2, więc B weźmie 14, C 29. Te liczby dodane, czynią 45, a powinny były uczynić 110. Więc y tu błąd popełniony jest przez brak — 65. A ponieważ znaki są podobne, moltiplikacją odprawuję według nauki w I. punkcie podanej, toż Subtrakcją, y Dywizją uczyniwszy, wypadnie wieloraz 15. Więc A weźmie 15. B 40. C 55. Ktore summy parcyalne razem zebrane, czynią Cz: złotych: 110. Oto robota:

Założenie. . . . . Błędy.

1. ———. 70

2. ———. 65

Przewyżka błędów — 5.

Produkta 65, y 140. Jch przewyżka 75.

5. | 75 | 15. Wieloraz.

*Przy-*

*Przykład III.* Pewny spoyrzawszy na kieskę przyjaciela swojego, rzecze mu: zdaie mi się, że w tey kiesce masz 225 Czerw: złot: kteremu drugi odpowiedział: mylisz się przyiacielu, ale gdybym miał tyle bwoie co mam, y piątą część tego, y gdybyś mi ieszcze z twoich pieniędzy przydał 5 Czer: zł: w ten czas dopiero summa moich pieniędzy wyniosłaby Cz: zł: 225. Pytam ile w rzeczy samey miał pieniędzy?

Daymy, że miał Czerw: złot: 10, do tych przydawszy drugie tyle 10, y piątą część tego, to iest: 2, y procz tego ieszcze 5 Czerw: zł: wychodzi wszystkich Czer: zł:  $10 + 10 + 2 + 5 = 27$  Czer: zł:, a miało ich bydź 225. Błąd tedy iest popelniony przez mnieysze założenie nad summę zadaną — 198.

Daymy powtore, że miał Czer: złot: 110, do ktorych przydawszy drugie 110, y piątą część tego 22, y 5 Cz: zł:, wypada wszystkich 247, a miało ich bydź 225. Błąd tedy w założeniu iest popelniony przez większość nad summę założoną  $+ 22$ .

W tym przykładzie, iż znaki wypadły przeciwnie, czyli niepodobne, zaczym podług nauki w II. punkcie daney, multiplikuję najprzod założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, to iest:  $10 \times 22 = 220$ , a założenie drugie multiplikuję przez błąd założenia pierwszego, to iest:  $110 \times 198 = 21780$ . Potym summę z tych produktow zebraną 22000, dzielę przez summę błędow, to iest przez 220. Wieloraz 100 pokazuje, że w kiesce było Czerw: złot: 100. Do nich bowiem przydawszy drugie tyle 100, y piątą część



20, y procz tego 5 Czerw: złot: wypadnie  
summa w pytaniu wyrażona 225.

Założenie. Błędy.

10	—	198.
110	+	22.

Summa: 220.

Produkta 220 + 21780. Jch summa 22000.

22(0|2200(0|100. Wieloraz.

*Przykład IV.* Jałmużnik jeden od trzech żebraków obstępiony, daie pierwszemu połowę pieniędzy, które ma w kiesce, y jeszcze 2 gro: Drugiemu daie czwartą część, y 3 gro: Trzeciemu daie szóstą część, y nad to 4 gro: Zostały mu się tylko 2 gro: Pytam iak wiele miał gro: w kiesce, y po wiele każdemu dał?

Daymy, że miał w kiesce 12 gro: więc pierwszemu dał 6 + 2, drugiemu 3 + 3, trzeciemu dał 2 + 4. Te wszystkie części, z temi 2 gr: które się mu zostały czynią 22, a miały czynić 12. Błąd więc przez większość jest popełniony + 10.

Daymy powtore, że miał w kiesce gr: 24. Więc pierwszy wziął 12 + 2, Drugi 6 + 3. Trzeci 4 + 4, co wszystko razem z dwiema gr: które się zostały, czyni 33, a miało być tylko według założenia 24. Więc y tu błąd zachodzi przez większość popełniony + 9, Odprawuję tedy Subtrakcyą; y moltiplikacyą sposobem wyżey podanym, gdyż znaki są oby dwa podobne, y wypada wszystkich gro: które były w kiesce 132, z których pierwszy ubogi wziął 68, drugi 36, trzeci 26, a dwa się zostały. Te wszystkie części wynoszą summę: 132.

*Przykład V.* Nauczyciel pewny ma Uczniow

pe-

pewną liczbę; z tych Polaków jest połowa, Rusinów czwarta część, Litwinów piąta część, y procz tych, trzech Niemców. Pytam wiele miał wszystkich uczniów, wiele Polaków, Rusinów, y Litwinów?

Daymy, że miał Uczniów 20, więc Polaków będzie 10, Rusinów 5, Litwinów 4, razem z trzema Niemcami ci wszyscy czynią 22, a mieli czynić tylko 20 podług założenia. Błąd przeto popełniony przez większość  $\frac{1}{2}$ .

Kładę powtore, że miał Uczniów 40; więc Polaków będzie 20; Rusinów 10, Litwinów 8. z trzema Niemcami ci wszyscy czynią 41, a powinni czynić tylko 40. Błąd tedy y tu popełniony przez większość  $\frac{1}{4}$ . Daley postępuję sobie według reguł wyżej podanych. Wypadnie wszystkich Uczniów 60. Z tych więc Polaków miał 30, Rusinów 15, Litwinów 12, a Niemców 3, którzy wszyscy wynoszą Uczniów 60.

Krocey to zadanie rozwiązuje iedno założenie. Założywszy bowiem Uczniów 20, wypadnie wszystkich (nierachuiąc 3 Niemców) 19, to iest: 1 mniej, niż założyłem. Więc układam regułę proporcyi: 1 zostaje się, gdy założył 20, aby się zostało 3, wiele trzeba było Uczniów założyć? &c.

1. 20 : 1 = 3. 60.

*Przykład VI.* W pewney fortecy byli na załodze Francuzi, Polacy, y Moskale. Liczba Francuzów wraz z Polakami wziętych czyniła 3000. Liczba Polaków z Moskalami czyniła 5000. Liczba Francuzów z Moskalami 4000. Pytam wiele było żołnierzy z każdego narodu, potym ile było wszystkich wraz wziętych?

Kładę

Kładę, że Francuzow było - 500.

Więc Polakow powinno być 2500.

Moskalow zaś będzie - 2500.

Francuzi tedy z Polakami czynią 3000. Polacy z Moskalami 5000. Y dotąd kondycyom zadanego pytania stało się dosyć.

Lecz Francuzi z Moskalami czynią tylko 3000, a powinni byli czynić 4000. Błąd więc jest popełniony przez mnieyszość — 1000.

Kładę powtore, że Francuzow było 900, więc Polakow będzie 2100, a Moskalow 2900. Krotko mówiąc: Francuzow z Moskalami będzie tylko 3800, a powinno być 4000. Zaczym y tu błąd zachodzi przez mnieyszość, to jest — 200. Po odprawioney operacyi, wypadnie Francuzow 1000; więc Polakow będzie 2000, a Moskalow 3000. A przeto Francuzow z Polakami będzie 3000. Polakow z Moskalami 5000, a Francuzow z Moskalami 4000. Oto robota:

Założenie.	Błędy.
500	1000.
900	200.

Różnica błędow - 800.

Różnica produktow - 800000.

Dywizya: 800 | 800000 | 100. Wieloraz.

58. Jak można poznać, kiedy dwoistego założenia narozwiązanie kwestyi iakiey zażywać trzeba?

Można to poznać następującym sposobem: kiedykolwiek do zadanego pytania przyłączona jest iaka pewna, y ustanowiona liczbą, którą do fałszywego założenia przydać potrzeba,

trzeba, w ten czas reguły dwoistego założenia zażyć potrzeba. Tak w I. przykładzie zł: 12, y złot: 16, w II. przykładzie Czer: złot: 10, y 15, &c: które do zadanego pytania przydać potrzeba, wskazują, że to zadanie, dwoistego założenia potrzebuje na rozwiązanie.

Prawda, iż są niektóre zadania, które y w tym razie mogą być rozwiązane przez jedno założenie, iako się pokazuje w przedostatnim przykładzie, mianowicie kiedy pewną ową liczbę można odciąć od danej summy, czyli liczby założonej, iak przykład następujący pokaże; Atoli tego sposobu rozeznawania zawsze trzymać się potrzeba, zwłaszcza, iż wszystkie zadania ułatwić można przez dwoikie założenie, które się przez jedno rozwiązuje.

*Przykład.* Pewny spytany, iakby wiele miał pieniędzy, odpowiedział w ten sposób: tyle mam Czerw: złot: iż gdyby do nich przydano ich połowę, y trzecią część, y czwartą, y nad to 100 Cz: złot: na ten czas uczyniłby mu 300 Cz: złot. Pytam iak wiele miał pieniędzy?

W tym przykładzie odcinam przyłączoną liczbę 100, od 300, zostaje się 200. Potym kładę, że miał Cz: zł: 12, więc połowa ich będzie 6, trzecia część 4, czwarta część 3, które części dodane wynoszą tylko 25, a miały wynosić 200. Zaczynam mówić: jeżeli 25 wypada od 12, 200 od wielu wypaść powinno? Wypadnie 96.

$$25. 12 :: 200. 96.$$

Tych połowa jest 48, trzecia część 32, czwar-

czwarta część 24, te części dodane czynią 104, dodawszy do nich 96, czynią 200, do tych nakoniec przydając 100 Czer: złot: odciętych, wypadnie wszystkich 300 Cz: zł.

59. Na co jeszcze w regule tak dwoistego, iako y iednego założenia względ mieć potrzeba?

Na to osobliwiey: aby za pierwsze założenia takich liczb dobierać, ktoreby do rozwiązania zadanego pytania nayzdatnieysze były, y spełna na różne części bez frakcyi, dane liczby, czyli summy dzielić mogły, aby się ustrzedz zamatwania w operacyach. Nadto na pierwsze założenia trzeba kłaść iak naymnieysze liczby, aby sobie operacyą skrócić, y ułatwić, iak w przykładach poprzedzających, widzieć można. Naostatek w regule dwoistego założenia na drugie założenie, użyteczna rzecz iest kłaść podwoione pierwsze założenie, zwłaszcza gdzie liczbę iaką na części dzielić przychodzi.

60. Jak się ta reguła doświadcza?

Doświadcza się roztrzaskając, ieżeli wynaleziona liczba zadosyć czyni kondycyom w zadaniu położonym; iak po każdym przykładzie widzieć się daie.

### §. 10.

*Zamyka w sobie rozmaite przykłady, ktore się przez poprzedzające reguły rozwiązuia.*

**I. P**rzykłady na regułę proporcyi porządney.

I. Jeżeli od iednego kominu, dymowego na rok płacić potrzeba złot: 8. Pytam ile wypadnie wypłacić złotych od kominow 20? Liczba wynaleziona 160. II.

II. Grabarzowi kopiącemu studnię, od iednego sążnia kubicznego płaci się złotych 6. Pytam ile od sążni 72 dać potrzeba będzie temuż Grabarzowi? Liczba wynaleziona 432.

III. Krol Salomon przy budowaniu Kościoła Jerozolimskiego, miał robotników 180000. Daymy, że na 2 robotników dawano codziennie 3 złote; Pytam ile na wszystkich codziennie wydano? Liczba wynaleziona 270000.

IV. Według Systematu Kopernika ziemia co rok ubiega w kole swoim gradusow 360. Pytam ile gradusow ubieży przez 4 miesiące? Liczba wynaleziona 120.

V. Laska  $\frac{1}{2}$  łokcia wysoka, o godzinie trzeciej z południa rzuca cień na 3 łokcie y  $\frac{1}{4}$ . Przyległej wieży o tejże godzinie jest cień na 300 łokci; Pytam iak wysoka wieża? Proporcya tak stać będzie:  $3 \frac{1}{4} : \frac{1}{2} :: 300. 45$ . Liczba wynaleziona 45.

VI. Biorąc na rok w prowizyi po 5 od sta, mam złot: 430  $\frac{1}{5}$  od pewney summy. Pytam ile mieć mogę od tejże summy za lat 9? Proporcya 1. 430  $\frac{1}{5} :: 9. 387 \frac{1}{5}$ .

VII. Piotr winnym będąc Janowi 3432 zł: ustąpił mu kamienicy, od ktorey naięcia brał corocznie 800. zł: Pytam wiele lat kamienicę owę w długu swoim trzymać powinien? Proporcya tak stać powinna: 8. 1 : : 3432. 4  $\frac{2}{105}$ . To jest trzymać ją ma lat 4. y dni około 105.

VIII. Kupiecłożył Czerw: złot: 500 na kupienie pewney materyi, ktorey było łokci 400, a chcąc zyskać na kapitale swoim Czerw: zł: 80; pytam za iaką cenę łokieć ieden przedawać powinien? Wtym przykładzie złączam zysk



zysk założony z pieniędzmi łożonemi na towar  $80 \times 500 = 580$ . Potym układam regułę proporcji:  $400. 580 :: 1. 1 \times \frac{2}{25}$ . Wypada tedy za ieden łokieć: 1. Cz: zł: 8 zł: gr: 3.

IX. Pewny Pan sprzedał Pałac za Czerw: zł: 9072, za który był zapłacił Czerw: zł: 8400; pytam ile na każdym stu zyskał? Proporcją tak układam: jeżeli 8400 wyniosły 9072, coż wyniosło każde 100? Wypada za czwarty termin 108; więc na każdym stu zyskał Czerw: złot: 8.

X. Jan ma wypłacić Pawłowi w lat trzy Czerw: złot: 660, to jest na rok każdy Czerw: złot: 220. Tym czasem sumnę tę ofiaruje się natychmiast kredytorowi oddać, jeżeliby mu 10 na każdym 100 ustąpił; Pytam ile w ten czas wypłacićby powinien? Układam sobie tak proporcją: na 100 ginie 10, na 660, wiele zginie? Przepadnie 66. Te 66, odtrącam od summy 660. zostaje się 594. Tyle więc ma wypłacić kredytorowi.

II. Przykłady na regułę proporcji składaną.

I. Przez 15 dni bawiąc się 5. Kawalerow w Warszawie tracą wspólnie na wikt Czerw: zł: 86. Pytam Kawalerow 4 przez dni 24. wspólnie żyjących wiele wydadzą? Liczba wynaleziona  $110 \times \frac{2}{25}$  Czerw: złotych.

II. Od przewiezienia 5 cetnarow towaru za mil  $25 \times \frac{1}{2}$ , zapłacił kupiec złot: 56. Pytam od przewiezienia 12 cetnarow tegoż towaru za mil 35. wiele zapłacić powinien? Liczba wynaleziona  $184 \times \frac{9}{17}$ , to jest złot: 184, y gros: około 15.

III. W pewnym Konwikcie jest 8 Kawalerow, z których każdy za miesiąc płaci po 6 Czerw:

Czerw: złot:; Pytam za 4 lata wiele im zapłacić przypadnie? Liczba wynaleziona 2304.

IV. Jeżeli 100 Czerw: złotemi zarabia Kupiec przez 8 miesięcy 20 Czerw: złot: pytam za jaki czas temż 100 Cz: zł: zarobi 30 Cz: zł: ? W tym przykładzie można sto Cz: zł: opuścić w operacyi, gdyż taż sama summa sto, drugi raz przypada, aby iedną operacyą to pytanie zakończyć, tak: 20. 8. 30? 12. Liczba więc szukana wychodzi 12.

V. Kupiec pewny kupił 300 funtow pewnego towaru za 60 Czerw: złot: wiedzieć zaś chce, ile na stu Czerw: złot: zarobi, jeżeli też 300 funtow sprzeda za 64 Czer: zł: Albo ile na stu Czerw: złotych straci, jeżeli ten towar sprzeda za 57 Cz: zł: ? Układam tak terminy: na 300 chce zarobić 4 Czer: zł: wiele zarobi na 100? Wypada  $1\frac{1}{3}$ . Albo na 300 traci 3 Cz: zł: wiele traci na 100? Wypada 1 Cz: zł.

VI. Pewny Kupiec w Wrocławiu kupił pewnego towaru funtow 500, za 100 Czer: zł: Akcyzy wszystkiey na komorach, y Furmanowi zapłacił 20 Cz: zł. Teraz chce wiedzieć po wiele każdy funt ma przedawać, ażeby nad wszystkę expensę zarobił na każdym funcie po 24 gr: ?

W tym przykładzie expensę trzeba przykładać do pieniędzy łożonych na towar, y tak ułożyć terminy: za 500 funtow 120 Czer: zł: wiele za 1? Tu czerwone złote sprowadzam na złote przez 17. Wypadnie za ieden funt złot:  $4\frac{2}{25}$ , to iest prawie gr: 2; Przydaię do tego wieloraza gr: 24, ktore chce zarobić, przypadnie każdy funt po złot: 4, y gr: 26 przedawać.

III. Przykłady na regułę proporcji wspak obroconą.

I. Pewny plac 18 robotników za 3 dni skopali, pytam robotników 6 za wiele dni tenże plac skopać powinni? Liczba wynal: 9 dni.

II. Budynek pewny za 40 dni Rzemieślników 6 skoczyli; pytam: Rzemieślników 15 tenże budynek za wiele dni skończyliby? Liczba wynaleziona za 16 dni.

III. Pewne pole szerokie prętów  $15\frac{1}{2}$ , długie prętów 24, jest równe drugiemu polu długiemu 30 prętów; pytam jaką drugiego pola szerokość? Liczba wynaleziona  $19\frac{3}{4}$ .

IV. Pisarczyków 5, przez 2 miesiące przepisali pewne dzieło; pytam Pisarczyków 3 wiele czasu na przepisanie tegoż dzieła potrzebią? Liczba wynal: miesiący 3, dni 10.

V. Sukna 9 łokci, którego szerokość jest na 3 piędzi, wystarcza na zrobienie sukni; pytam iak wiele łokci inszego sukna potrzeba na podobną suknię, którego szerokość jest na 2 piędzi?  $3. 9 :: 2. 13\frac{1}{2}$  łokci.

VI. Oblężone wojsko 8500 ma prówiantów na 10 tygodni. Tym czasem ma pewną nadzieję posilku, lub odstąpienia nieprzyaciela, lecz aż za 25 tygodni; chce więc Hetman wiedzieć, ile ma zatrzymać żołnierzy, aby mu prowianty wystarczyły na 25 tygodni?  $10. 8500 :: 25. 3400$  żołnierzy.

IV. Przykłady na regułę proporcji składaną wspak obroconą.

I. Pisarczyków 3, w pięć dni napiszą wygodnie 60 kart, pytam kart 300, Pisarczyków 4 za wiele dni napiszą? Liczba wynaleziona za dni 18 y godzin 18. W tym przykładzie ia-

K

ko

ko y w drugim, y w trzecim, wyższe tylko terminy są wspak obrocone.

II. Piotr na 10 Czerw: zł; przez 3 lata zyskał zł: 60; pytam na Cz: zł: 5, złotych 100, w jakim czasie zyskać może? Liczba wynaleziona za lat 13. miesięcy 4.

III. Piiakow 5 przez dni 6, wypiiiają beczkę wina, 60 garcy w sobie zamykającą; pytam piiakow 8, równą beczkę; iak długo pic mogą? liczba wynal: przez dni 3 y godzin 18.

IV. Kupiec sprowadził pewnego towaru funtow 100, o mil 15, za złotych 36; pytam wiele funtow sprowadzi za złotych 180. o mil 25? Liczba wynaleziona 300. W tym y w następującym przykładzie niższe tylko terminy wspak obrocone.

V. Wody cebrow 60, na 3 kwadranse wypływa z pewnego naczynia dwiema upustami; pytam 100 cebrow wody, za ieden kwadran, wiele upustami płynąć powinny? Liczba wynaleziona 10.

VI. Przykłady na regułę Towarzystwa.

I. Dwóch przedsiębiorze wspólny prowadzić handel. A składa Czerw: złot: 9; B 12. Zyskują na swoim towarze Cz: zł: 16. Pytam ile każdy zyskał? Liczba wynaleziona I.  $6 \frac{1}{2}$ .

II.  $9 \frac{3}{4}$  Czerw: złot.

II. Trzech handluie wraz, C. składa Cz. zł: 20. D. 16. E 30. Tracą na handlu wraz wszyscy Cz: zł: 40; pytam ile każdy szkodzi? I.  $12 \frac{8}{3}$  II.  $9 \frac{4}{3}$  III.  $18 \frac{12}{3}$ .

III. Pan pewny niektórych dobr swoich, zastawił na rok część dziesiątą: inszych część dwudziestą; inszych część czterdziestą za zł: 12000. Pytam ile mu każda częśćka pieniędzy

czy-

czyniła? Liczba wynaleziona I.  $6857 \frac{4}{5}$ . II.  $3428 \frac{16}{28}$  III.  $1714 \frac{8}{28}$ .

IV. Trzech wspólny prowadzą handel: F składa Czerw: zł. 50, ale od lat 4. G Cz: złot: 90, ale od lat 2. H Cz: zł: 120 od lat 3. Zyskują razem Cz: zł: 340; pytam iak wiele każdy z osobna korzystał? F.  $91 \frac{66}{74}$ . G.  $82 \frac{52}{74}$ . H  $165 \frac{30}{74}$ .

V. Trzech Kupcow zyskali na swych towarach Czerw: zł: 40. Pierwszy zaś z nich złożył Cz: zł: 60 y zł: 9. od 4. miesięcy. Drugi 50. Cz: zł: y zł: 6. od 3 miesięcy. Trzeci złożył 36. Cz: zł: y zł: 3. od 2. miesięcy; Pytam ile każdemu z tego zysku proporcjonalnie do złożoney summy y czasu przypadnie? Liczba wynal: I.  $353 \frac{2619}{3057}$ . II.  $220 \frac{2580}{3057}$ . III.  $105 \frac{2715}{3057}$ .

VI. Kupcow trzech wspólny prowadząc handel, równą wszyscy składają sumę, to iest każdy po 50 Cz: złot:, ale z tą różnicą, iż A od lat 3. B od lat 2. C od  $\frac{1}{2}$  roku. Zyskują wszyscy razem Czerw: złot: 624. Pytam ile z tego zysku każdy zyskuje? A  $340 \frac{100}{275}$ , B  $226 \frac{120}{275}$ . C  $56 \frac{200}{275}$ .

VII. Przykłady na regułę wiązania.

I. Ma Kupiec dwoiakiego gatunku bawełnę, iednego funt po złot: 3. drugiego gatunku po zł:  $2 \frac{1}{2}$ . Pierwszego gatunku bawełny iest funtow 60, drugiego 40. Miesza ten dwoiaki gatunek razem, y chce wiedzieć po czemu na ow czas ieden funt bawełny przypadnie? Liczba wynal: po 2 zł: y gr: 24.

II. Ma kto troiakiego gatunku pieprz, pierwszego ma funtow 20, a ieden po złotych 6. Drugiego funtow 16, a ieden po zł: 4. Trzeciego ma funtow 7, a ieden po złot: 5. Ten

K 2

pieprz



pieprz przypadkiem zmieszał się mu; chce tedy wiedzieć, poczemuieden funt zmieszanego pieprzu kosztować powinien? Liczba wynaleziona po złotych 5. y gr: około 3.

III. Przynosi kto do złotnika bryłę srebra próby dziesiątej, na robienie łyżek, nożów, &c: y chce aby to srebro podnieść do próby trzynastej. Pytam ile złotnik z faynzylbru ma brać, ażeby owo srebro stało się próby trzynastej?

Te próby srebra kładę na regułę wiązania, toż przewyżki 3 a 3, zbieram w jedno, mam 6; potym układam regułę proporcji: 6. 1 :: 3. Czwarty termin  $\frac{3}{2}$ , toż samo wypadnie z drugiego srebra próby dziesiątej. Więc tak z srebra faynzylbru ma brać po  $\frac{3}{2}$ . iako y z srebra dziesiątej próby. Teraz te frakcye albo na in-sze sprowadzam, ktoreby miały Mianownika 16, to iest 16 łotów, aby łatwiey wydział tych sreber uczynić można; albo też iak w tym przykładzie, na mnieysze terminy te frakcye sprowadzam, wypadnie  $\frac{1}{2}$ , to iest z obojga srebra po 8 łotów ma brać, gdyż w grzywnie iest łotów 16. Taka grzywna będzie próby trzynastej, po złotych 58  $\frac{1}{2}$ .

Gdyby się iaka frakcya została, to łoty na grana sprowadzaćby potrzeba.

Grzywna faynzylbru kosztuie złotych 72, y takie srebro, iest naywyższej 16stej próby.

IV. Arędarz ma troiaką gorzałkę; pierwszy garniec kosztuie 3 złote, drugiey 2 złote, trzeciey 1  $\frac{1}{2}$ . Pytam ile z każdego gatunku wziąć potrzeba, ażeby ieden garniec kosztował 2  $\frac{1}{2}$  złotych? Liczba wynal: z pierwszej  $\frac{6}{10}$ , z drugiey  $\frac{2}{10}$  garca, z trzeciey  $\frac{2}{10}$  garca.



V. Pewny kazał robić posąg srebrny 300 funtów ważący. Pokazuje mu złotnik dwoiakie srebro, pierwszego funt ieden kosztuje 50, drugiego 40, które Pan tak każe zmieścić, aby funt ieden kosztował 48. Pytam, ile z obojga gatunku wziąć ma, ażeby miał 300 funtów, z których każdy kosztowałby 48? Liczba wynaleziona z pierwszego funtów 240. Z drugiego 60, biorąc na każdy funt z pierwsz:  $\frac{8}{10}$ , z drug:  $\frac{2}{10}$ . Taki funt kosztować będzie 48. Oto wizerunek roboty:

$$\begin{array}{r|l} 50. & 8. \\ 48. & | \\ 40. & 2. \end{array}$$

10. 300 :: 8. 240. Iwszego srebra.

10. 300 :: 2. 60. drugiego.

### III. Przykłady na regułę iednego założenia.

I. Piotra, Pawła, y Jana lata zebrane czynią lat 100, lecz Paweł liczy trzykroć więcej nad Piotra, a Jan dwakroć więcej lat nad Pawła, pytam ile lat każdy z nich miał? Liczba wynal: Piotr 10. Paweł 30. Jan 60.

II. W pewnym młynie są trzy kamienie, z których pierwszy miele za godzinę korcy 6, drugi korcy 4, trzeci 3. Pytam ile godzin potrzeba, aby te wszystkie kamienie zmęły korcy 52? Liczba wynal: godzin 4.

III. Jozefa, Jakoba, y Marka roczne zebrane intraty, wynoszą złot: 72000. Lecz Jakoba dwa razy większa iest intrata nad Jozefa, a Marka trzy razy iest większa nad Jakoba. Pytam ile każdy z nich ma intraty? Liczba wynaleziona Jozef 8000. Jakob 16000. Marek 48000.

K;

IV.

IV. Tytus umierając zostawił sumę Czer: złot: 9845 trzem osobom: Synowi, Corce y Kaiowi przyjacielowi, z tą różnicą: aby Syn wziął połowę, Corka część trzecią, Kaius część czwartą owej sumy; pytam wiele ma wziąć Syn, wiele Corka, y Kaius? Liczba wynaleziona Syn wziąć powinien  $4543 \frac{1}{13}$ . Corka  $3029 \frac{2}{13}$ . Kaius  $2271 \frac{1}{13}$ .

V. Pewny bezdzietny umierając legował na 4 Synowcow swoich złot: 34000, z tą kondycją, ażeby pierwszy wziął cztery razy tyle, co drugi; a drugi dwa razy tyle, co trzeci; trzeci zaś trzy razy tyle, co czwarty, pytam ile każdy z nich weźmie? Liczba wynaleziona I. 24000. II. 6000. III. 3000. IV. 1000.

VI. Pewny idąc z Piotrkowa do Warszawy wydał w drodze z swoich pieniędzy:  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{1}{5}$ , do domu powróciwszy postrzega, że mu tylko zostaje 36 złotych. Pytam iak wiele pieniędzy z sobą wziął był, y wiele w drodze wydał? Liczba wynal: wziął był 270, z tych wydał 234, zostaje się 36.

VII. Wieży pewney wierzch widać na 24 stopy wysokości, twierdzi zaś pewny, iż  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{2}{5}$  części teyże wieży jest zasłoniionych dla przyległych domostw; pytam iak owa wieża wysoka? Liczba wynal: wysoka stop 90.

Założ:

8. 30 : 24. 90.

VIII. Pewny spytany wieleby lat miał, odpowiedział: gdyby do moich lat przydano ich połowę, a z sumy odciągniono część czwartą teyże sumy, na ten czas zostaje się lat 90. Pytam wiele w rzeczy samey lat miał? Liczba wynaleziona miał lat 80.

Założ:

Założ:

18. 16:: 90. 80.

IX. Dłużnik pewny wypłacił długu swoje-  
go:  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ , y powiada, że ieszcze winien  
złotych 72. Pytam, iak wielki dług iego był?  
Liczba wynaleziona 1728.

Założ:

L. 24:: 72. 1728.

X. Wynaleść taką liczbę, ktorey:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  
y  $\frac{1}{6}$  cząstki uczyniłyby 522? Liczba wynale-  
ziona 360.

Założ:

87. 60:: 522. 360.

XI. Jest w ogrodzie lew kamienny, ktore-  
go oczami iesli wodę pompuję, napełni się  
przyległa wanna w 10 gndzin, iesli uszami,  
napełni się w 5 godzin, iesli pyskiem napeł-  
ni się w 20 godzin. Pytam w wielu godzi-  
nach napełni się, iesli razem oczami, uszami  
y pyskiem wodę puszczyć? Liczba wynalezio-  
na 2 godzin  $\frac{1}{7}$ .

Daymy bowiem, że na to potrzeba 1 godzi-  
ny, więc w 1 godz: oczy napełnią  $\frac{1}{10}$ . Uszy  
 $\frac{1}{5}$ . Pysk  $\frac{1}{20}$ , to iest napełnią razem  $\frac{7}{20}$ . Lecz  
powinny napełnić całą wannę, to iest:  $\frac{20}{20}$ .  
Więc kładę:

 $\frac{7}{20}$ . 1::  $\frac{20}{20}$ . 2  $\times \frac{6}{7}$ .

XII. Dwóch podrozhnych obprawiają podróż,  
pierwszy uchodzi na dzień mil 5  $\times \frac{1}{2}$ . Drugi  
mil 6  $\times \frac{1}{4}$ . Pytam, ieżeli pierwszy uszedł iuż  
mil 15, ktorego dnia ten drugi dogoni go?  
Liczba wynal: za dni 20.

Daymy, że go tylko uprzedził  $\frac{3}{4}$  mili, więc  
go dogoni za ieden dzień. Przeto proporcya  
tak stać będzie:  $\frac{3}{4}$ . 1:: 15. 20.

VIII.

VIII. Przykłady na regułę dwoistego założenia.

I. Trzech rzemieślników zarobili złot: 400. Zarobek drugiego przewyższa zarobek pierwszego złot: 12. Zarobek zaś trzeciego przechodzi zarobek drugiego złot: 16. Pytam ile każdy zarobił? Liczba wynaleziona: pierwszy 120, drugi 132, trzeci 148.

II. Trzech A. B. C. mają pewną sumę pieniędzy: A y B mają razem złot: 50. B y C mają 70. C y A mają 60. Pytam ile z nich każdy ma? Licz: wynal: A 20. B 30. C 40.

III. Czterech Kawalerów zyskali przy grze Czerw: złot: 89; lecz z tą różnicą, że drugi ośmią więcej Cz: zł: wygrał nad pierwszego; trzeci wygrał tyle, ile drugi, a czwarty tyle, ile trzeci, y nad to jeszcze 9 Cz: zł: Pytam ile każdy zyskał? Licz: wynal: pierwszy 14, drugi 27, trzeci 22, czwarty 31.

IV. Syn pytał się Ojca o lata swoje, y tak odebrał odpowiedź: jeżeli do tych lat, które teraz masz:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{5}{6}$ , a nad to 9 przydasz, będziesz miał lat 100. Pytam ile w rzeczy samej ow Syn miał lat? Licz: wynal: 20.

V. Piotr rozmawiając z Pawłem, rzecze: rozumiem, że liczysz lat 30; tak odpowiedział Paweł, jeżeli z lat twoich przydasz rok jeden, y jeszcze  $\frac{1}{5}$ , y  $\frac{1}{12}$  z tych lat które mam, w ten czas mieć będę lat 30. Pytam wiele Paweł miał lat? Liczba wynal: 24.

VI. Alexander pewnego razu rozmawiając z Kalistenesem Filozofem, rzekł: ja Efestyona z laty przechodzę, Klitus zaś obydwu nas lata liczy, y jeszcze 4, a przeto wszyscy mamy lat 96. Pytam wiele na ten czas lat miał

Ale-

Alexander, wiele Efestyo, wiele Klitus? Liczba wynaleziona Efestyo miał 22. Alexander 24. Klitus 50.

VII. Trzech maia pewną sumę pieniędzy, to iest 44 Czer: złot: Ale drugi ma tyle drugie co pierwszy, y jeszcze 4 Cz: zł. Trzeci zaś tyle ma, ile pierwszy y drugi, y jeszcze 6. Pytam ile każdy miał? Liczba wynal: pierwszy 5, drugi 14, trzeci 25.

VIII. Chcę wynaleść trzy liczby, ktoreby dodane uczyniły 60; druga zaś aby pierwszą zawierała w sobie dwa razy, y nad to cztery, trzecia zaś aby w sobie zamykała pierwszą y drugą, y nad to 6? Liczba wynal: pierwsza  $7\frac{2}{3}$ , druga  $19\frac{1}{3}$ , trzecia 33.

IX. Jak podzielić liczbę 1000 na dwie części, z ktorych większa przechodziłaby mniejszą tą liczbą 49? Licz: wynal: większa liczba  $524\frac{1}{2}$ , więc mniejsza  $475\frac{1}{2}$ .

X. Dwóch kupia pole pewne złotych 100 otaxowane. Pierwszy do drugiego mowi: gdybyś mi z twych pieniędzy dał połowę, mógłbym sam to pole kupić. Drugi zaś rzecze: gdybyś mi z twych pieniędzy  $\frac{1}{3}$  dał, ia sam owo pole zapłaciłbym. Pytam ile każdy miał pieniędzy? Licz: wynal: pierwszy 60, Drugi 80.

Założ:

Drugi	20 - 50.	Kładę, że drugi miał zł:
Pierwszy	90.	20; z tych ustępuje pier-
Drugi	32 - 40.	wszemu połowy to iest
Pierwszy	84.	10, więc pierwszy miał-
		by 90. Potym pierwszy
		ustępuje drugiemu trze-

ciej części, to iest 30, y będzie miał 50, więc mu jeszcze 50 do sta niedostaje, piszę ten błąd &c.

A zno-

A znowu czynię drugie założenie tymże sposobem *Ec.*

XI. Alexander W. przed batalią, którą miał stoczyć z Daryuszem, kazał rozdać między żołnierzy swoich 77500 funtow mąki; Konnemu każdemu po 3 funty; Pieszemu każdemu po 2 funty. Było zaś Piechoty 7 razy więcej niż Kawaleryi, y jeszcze 500. Pytam, ile Kawaleryi, ile Piechoty na plac Alexander wyprowadził? Liczba wynal: Kawaleryi wyprowadził 4500. Piechoty siedm razy więcej y jeszcze 500, to jest: 32000.

## R O Z D Z I A Ł   I V .

### O wyciąganiu ścian.

**P**ospolitsze, y w częstym używaniu ściany są te: Kwadratowa, czyli czworograniasta, lub czteroboczna, wyciągana z czworgrania (*ex quadrato*) y kubiczna czyli sześciogranna, lub sześcioboczna, albo pełna, wyciągana z sześciogranu (*ex cubo.*) O tych teraz mowa będzie.

1. Co jest kwadrat, co ściana kwadratowa?

Kwadrat, albo czworgran, jest liczba przez się samą rozmnożona, n. p.  $2 \times 2$ , czynią 4. Także  $3 \times 3$ , czynią 9. Te 4 y 9 są kwadraty, czyli liczby kwadratowe; liczby zaś 2 y 3, z których moltiplikacyi przez siebie samych z osobna kwadraty wyniknęły, zowią się ściany kwadratowe, czyli czworgraniaste. Ściany więc są to te liczby, z których się kwadraty rodzą. A zatym liczba kwadratowa jest ta, ktorey jedności mogą być roztawione w kwadrat.



2. Co jest sześciogran, co ściana sześciogranna?

Sześciogran jest ta liczba, która rośnie z liczby iakiey trzy razy w się wprowadzoney. Albo jest to ta liczba, która wynika z kwadratu przez swoją ścianę rozmnożonego. Na przykład 8 rośnie ze 2 we 2, y z tego produktu 4, w też dwa wprowadzonych. Podobnie 27 staie się z kwadratu 9 przez ścianę jego 3 rozmnożonego. Liczby zaś owe 2 y 3, przez które kwadraty ich własne rozmnożyłem, nazywają się ściany sześciogrannne. Liczba sześciogranna nazywa się inaczey kostka dla tego, iż wzdłuż, wszere y wgląb jest równoboczna.

Jeżeli wspomniony sześciogran 8 przez swoją ścianę 2 rozmnożę, wypadnie produkt 16 stopnia czwartego. Ten znowu rozmnożwszy przez tęż ścianę 2, tak  $16 \times 2$ , wypadnie nowy produkt 32 stopnia piątego; y tam daley. Ściana bowiem pierwsza 2 zowie się stopień pierwszy, albo po prostu ściana: 4 zowie się stopień drugi, albo kwadrat; 8 stopień trzeci, albo sześciogran; 16 stopień czwarty, albo czworgran czworgrania; 32 stopień piąty, albo sześciogran sześciogrannia. Te wyższe stopnie do Algebry odsyłamy; nam dosyć będzie ukazać sposob wyciągania ściany czworgraniastej, y sześciogrannnej, zwłaszcza, iż wyższych stopni rzadkie jest używanie.

3. Co to jest wyciąganie ściany kwadratowej, y sześciogrannnej?

Wyciąganie ściany z liczby kwadratowej, albo sześciogrannnej, jest to wynalezienie liczby owej, z ktorey stał się kwadrat albo sześciogran.

4. Ktore są reguły służące do wyciągania ścian?

Inne są do wyciągania ścian kwadratowych, a inne do wyciągania ścian z liczby sześciogranney czyli pełney. O każdym z osobna mówić będziemy.

§. I.

*O wyciąganiu ściany czworograniastej z liczby danej.*

5. **C**O jest wyciąganie ściany czworograniastej?

Wyciąganie ściany czworograniastej, jest to, iakośmy niedawno powiedzieli, wynalezienie liczby takiej, która w się wprowadzona, czyni czyli rodzi liczbę zadaną kwadratową, jeżeli jest pełna kwadratowa, a jeżeli nie jest pełna kwadratowa, rodzi największy kwadrat, który się w niey zamyka. N. p. liczby 36, jest ściana 6, gdyż  $6 \times 6 = 36$ .

6. Jeżeli liczba dana niewynosi więcej nad sto, iak iey ścianę łatwo znaleźć można?

W ten czas danej liczby ścianę czworograną łatwo znaleźć można w następującej tabliczce :

Ściany.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Czwor- granie	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.

zwłaszcza gdy liczba jest pełna kwadratowa; n. p. Chcąc doysć, iaka jest ściana kwadratowa 16, szukam w drugiej kolumnie kwadratów, jeżeli tam zadana liczba 16 wyraża się, y znajdnię ją w czwartym rzędzie, y 4 w tymże samym rzędzie w wyższej kolumnie położone. Te 4 są ścianą kwadratową 16;

bo  $4 \times 4$  czynią 16. Jeżeli zaś liczba zadana nie jest prawdziwy kwadrat, w ten czas brać się powinna ściana liczby naybliższej przychyłającej się do liczby zadanej, n. p. Chcąc wiedzieć, iaka jest ściana czworogranna 50? Szukam w drugiej kolumnie kwadratów, jeżeli tam ta liczba 50 mieści się; ktorey iż nie znajduię, więc biorę liczbę naybliżej przychyłającą się do niey, to jest 49, y mam w wyższej kolumnie ścianę iej czworogranną 7. Bo  $7 \times 7 = 49$ . Liczba przeto 50 rzetelney ściany swojej nie ma.

7. Jakie są reguły na wyciąganie ściany czworogranney z liczby daney iakieykolwiek, która więcej nad sto wynosi?

Te następujące: *Nayprzód* trzeba daną liczbę, od prawey ręki zaczynając, podzielić punktami, tak żeby pierwszy punkt leżał pod ostatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piątą, y tak daley, zawsze iedną figurę przeskakując. Tym sposobem podzielisz daną liczbę na części; z ktorych każda będzie miała dwie figury, procz pierwszej części od lewey ręki, w ktorey często iedna tylko figura przypada. Ile zaś będzie części w liczbie tak podzieloney, czyli ile będzie punktow położonych, tyle mieć w sobie powinna figur ściana wynaleziona.

*Powtore.* To uczyniwszy, zaczynam samą robotę, biorąc pierwszą część od lewey strony liczby daney, y szukam iej na tabliczce czworograniow, którą ieśli znajduię, biorę przypadającą iej ścianę, jeżeli nie znajduię, to biorę ścianę czworogranu naybliżej do tey liczby przychyłającego się, y piszę ją na mieyscu

scu osobnym, za pierwszą część ściany generalney.

*Potrzebie.* Z wynalezioney ściany robię kwadrat, y odciągam go od pierwszej części liczby daney. Do reszty zaś, jeśli się iaka została, składam drugą następującą część z liczby daney, dwie figur zawierającą. Potym ścianę wynalezioną podwoiwszy, piszę ją za dzielnika tej drugiey części.

*Poczwarte.* Uważam, ile razy dzielnik z ściany podwoioney zrobiony brać się może w tej drugiey części, nie tykając atoli ostatniey iey figury punktem naznaczoney. Wieloraz wypadający piszę zaraz, y za część drugą ściany generalney, y na koncu dzielnika.

*Popiąte.* Przez tę drugą dopiero wynalezioną część ściany, rozmnażam całego dzielnika, nie pomijając ostatniey tamże dopiero przydanej liczby, a produkt odciągam od całej drugiey części wziętey wraz z ostatnią figurą punktem naznaczoną. Do reszty pozostałej składam następującą trzecią część liczby daney, także we dwóch figurach zawartą, którą, nie tykając ostatniey figury kropką naznaczoney, przez całą ścianę podwoioną dzielę, a wieloraz tak za trzecią część ściany, iako y na końcu nowego dzielnika piszę; potym przez tę trzecią część ściany, dzielnika całego wraz z przydaną liczbą rozmnożywszy, produkt odciągam od całej trzeciey części liczby daney sposobem wyżej podanym. Nakoniec złożywszy następującą czwartą część liczby daney do pozostałej reszty, postępuję sobie tak, iak się o drugiey, y trzeciey części powiedziało, aż dojdę do ostatniey części, z  
kto-

ktorey jeżeli się po ostatnim odciągnięciu nie zostaje, znak jest, że liczba dana prawdziwy jest czworgran; jeżeli się zaś co zostaje, znać, że liczba spełna kwadratowa nie jest, ani może mieć rzetelney ściany swojej, to jest znać, że nie może mieć takiej ściany, ktoraby się liczbą spełną całkowitą wyrazić mogła. Wynaleziona zaś w ten czas liczba, jest ścianą kwadratu, naybliżey do daney liczby przychylającego się.

8. Co jeszcze o wyciąganiu ściany czworgranney wiedzieć potrzeba?

To osobiłwiey: iż jeżeli ściana podwoiona. w części odciętey od liczby daney, y do reszty przyłożoney, brać się nie może, tedy równie iak w dywizyi, do ściany dodaie się cyfra, a następująca część z liczby daney składa się, jeżeli się znajduie &c. Nad to ściana przez dywizyą wynaleziona pomnieysza się iednym, gdy produkt z mulyplikacyi ściany przez dzielnika, y przydaną liczbę wypadaiący, będzie większy nad liczbę, od ktorey ma bydz odciągniony, na co dobrze pomnieć potrzeba, dla uniknienia wszelkicy omyłki w operacyi. Pokażmy iuż w przykładach danyh regułą praktykę:

*Przykład I.* Ma kto kamieni ciosanych płaskich kwadratowych: 1849, chce niemi w kwadrat podłogę wysłać. Pytam wiele na każdy bok kamieni kłaść przypadnie? Oto robota:

Liczba dana | Sciana.

18,49.		43.
16		

Dzie-



Dzielnik dru-	8,3		249.
giey części			249.

- - -

Ażebym z tej liczby ścianę wyciągnął, dzielę ją najprzód przez punkta na dwie części, sposobem wyżej podanym. A ztąd wniesć można, iż w ścianie dwie figury zamykać się powinny. *Powtore.* Biorę pierwszą część liczby danej 18, ktorey że w tablicy czworograniow nieznayduię, biorę 16 najbliższe do 18, y przy nich położoną ścianę 4, piszę za pierwszą część ściany generalney. *Potrzenie:* Z tych 4 pierwszey części ściany, robię kwadrat  $4 \times 4 = 16$ , a produkt 16 odciągąm od 18; Do reszty zaś 2, ktore się po odciągnięciu pozostały, składam następującą drugą część liczby danej, to jest 49, y mam: 249. *Po czwarte.* Ścianę wynalezioną 4 podwoiwszy,  $4 \times 2 = 8$ , kładę ją za dzielnika tej drugiey części, y uważam ile razy 8 mieści się w 24 (nietykając 9. punktem naznaczonych) a wieloraz 3 kładę za drugą część ściany generalney, y oraz przydaię go na końcu Dzielnika 8. *Popiąte.* Rozmnożywszy przez 3 dopiero wynalezione, całego dzielnika wraz z przydanemi do niego 3, produkt 249, odciągąm od całej drugiey części liczby danej, także 249, y nic się nie zostaje; co znakiem jest, że dana liczba jest prawdziwie czworogranna. A ponieważ niema więcej części liczby danej, zakończyłem robotę.

Ściana więc, ktorey szukałem, będzie w sobie zamykała kamieni 43, Bo 43 w siebie wprowadziwszy  $43 \times 43$ , wypadnie liczba

1849.



1849, daney liczbie 1849 we wszystkim rowna. Gdyby zaś po moltiplicacyi więcej lub mniej wypadło od daney liczby, znakby to był, iż w wyciąganiu ściany błąd był popełniony, y na ten czas trzebaby robotę powtórzyć.

*Przykład II.* Liczy Hetman w swym woysku żołnierzy 10404. Tych w potrzebie chce uszykować w kwadrat; pytam, ile na każdy bok ma ich postawić, y wiele będzie wszystkich szeregów?

Liczba dana		Sciana
1,04,04		102
.		
.		
.		
1		
<hr/>		
20,2	0,404	
	.	
	.	
	404	
	<hr/>	

W tym przykładzie, że z Dzielnika nie mogę brać w drugiej części liczby daney, która tu jest cyfra, dla tego za drugą część ściany piszę 0, a do tej drugiej części składam trzecią część liczby daney, y mam 404, które przez ścianę podwoioną podzieliwszy, wypada cała sciana liczby daney: 102, y pokazuje, iż w każdym szeregu stanąć powinno żołnierzy 102. Powtore, iż tyle wszystkich szeregów będzie. Z tej ściany kwadrat zrobiwszy, wypadnie liczba dana.

*Przykład III.* Pewney Chorągwi, iż się walczyć z nieprzyacielem potkała, daie Generał w nadgrode odwagi y męstwa złotych 17956, w obozie nieprzyacielskim znalezione, pod tą kondycją, aby tyle każdy wziął, ile ich było

było w Chorągwi owey. Pytam, ile każdemu żołnierzowi dostanie się, y wiele było żołnierzy w owey Chorągwi?

Liczba dana	Sciana
1,79,56	134
2,3	-79
	69
26,4	1056
	1056

Sciana wynaleziona pokazuje, iż w owey Chorągwi było żołnierzy 134, y każdy z nich wziął po zł: 134. Bo z tey liczby 134 kwadrat zrobiwszy, wypadnie dana liczba: 17956.

*Przykład IV.* Mam wyciągnąć ścianę czworograniastą z daney następującey liczby:

Liczba dana	sciana
6, 24, 37, 65	2498 $\frac{3761}{4997}$
4	
4,4	224
	176
48,9	-4837
	4401
498,8	-43665
	39904
	-3761.

W tym przykładzie przy dywizyi drugiey czę-

części, 4 w 22, mogą brać pięć razy; lecz ponieważ produkt z moltiplikacyi całego dzielnika, przez ścianę 5 wypadający, większy jest nad drugą część liczby danej 224, od ktorey mam odciągać, przeto wieloraz zmniejszam iednym, y za drugą figurę ściany kładę tylko 4, iakosmy wyżej przed pierwszym przykładem powiedzieli.

9. Co ieszcze w wyciąganiu ściany czworgranney uważać, y wiedzieć potrzeba?

To, co następuje: Jeżeli liczba dana nie jest spełna kwadratowa, tedy reszta od ostatniego odciągnięcia pozostała, iaka jest w tym ostatnim przykładzie: 3761 idzie na liczbę łamaną; w ktorey resztę pozostałą kładę za Licznika, a za mianownika ścianę wynalezioną podwoioną. Jeżeli zaś reszta pozostała będzie większa nad ścianę wynalezioną, w ten czas ścianie podwoioney, mającey bydź Mianownikiem, przydaię iedno. Tak w ostatnim przykładzie, ponieważ reszta 3761, większa jest nad ścianę znalezioną 2498, zaczym podwoiwszy tęż ścianę:  $2498 \times 2$ , do produktu: 4996 przydaie 1, y mam frakcyą ścianie wynalezioney przyległą tę:  $\frac{3761}{4997}$ .

Rącyą tego ta jest: iż każdy kwadrat większy, mnieyszego po którym zaraz następuje, przewyższa ścianą tegoż mnieyszego kwadratu, przydawszy 1, tak dalece: iż dodawszy 1 do podwoioney ściany iakiegokolwiek kwadratu, a tę summę do kwadratu najbliższego mnieyszego, wypadnie kwadrat najbliższy większy. N. p. 16 od 9, to jest kwadrat większy od mnieyszego najbliższego, różni się tą przewyżką:  $3 + 3 + 1 = 7$ , albo iak się

powiedziało, ścianą kwadratu mniejszego podwojonego, z przydatkiem iedności. Tę więc sumę 7 dodawszy do kwadratu mniejszego 9, wypadnie większy: 16; gdyż ściana kwadratu mniejszego iest 3, (n)

10. Jaki iest sposob na doświadczenie do-brze wyciągnioney ściany kwadratowey?

Ponieważ wyciąganie ściany kwadratowey nic innego nie iest, tylko rodzaj jakiś dywizyi, z tą tylko różnicą, że w dywizyi pospolitey iest liczba dana na Dzielnika, tu zaś Dzielnika szukać potrzeba, y to na każdą część liczby danej innego, ktorego z ścianą wynalezioną dochodziemy; zaczym iak w dywizyi pospolitey, tak y tu na próbę dosyć będzie, ścianę wynalezioną przez siebie samę rozmnożyć, y do produktu przydać resztę od ostatniego odciągnięcia, z liczby danej pozostałą: produkt generalny wypadający, powinien byđz rowny zupełnie liczbie danej. Tak w ostatnim przykładzie ścianę 2498 w się wprowadziwszy, wypada: 6240004. Do tych przydawszy resztę pozostałą: 3761, wychodzi liczba dana: 6243765.

Ta

[n] Z frakcyi ściany znalezionej przyległej, wyciągaia niektórzy czworogranną ścianę przez naybliższe przychylanie się do rzetelney ściany, dodając kilka par cyfer do reszty po odciągnięciu pozostałej, co w Matematyce nicmały przynosi pożytek. Lecz ponieważ Arytmetyka nasza, zwłaszcza dla zaczynających pisa-na, wygodnie bez tego przybliżania ściany obeysć się może, umyślnie to opuszczamy, mając za cel w pisaniu krotkość.

Wyciąganie ściany kwadratowey przez Tablice Nęperowe, ma dobrze opisane X. Solski w Nauce 17, Zabawy 14 Geometrii swoiey, na karcie 153, kto chce, niechay się tam uda.

Ta jest cała nauka o wyciąganiu ściany kwadratowej, mówmy teraz o kubicznej.

## §. 2.

*O wyciąganiu ściany sześciogranney z liczby danej.*

11. **C**O jest liczba sześciogranna, czyli kubiczna?

Jest to, iakośmy już powiedzieli, produkt liczby trzy razy w się wprowadzonej, iako n. p. Sześciogran 8, wypada z moltiplikacyi liczby  $2 \times 2 \times 2 = 8$ . Albo też: Jest to produkt z moltiplikacyi kwadratu przez swoją ścianę. Tak rozmnażając kwadrat 9 przez swoją ścianę 3, wypada sześciogran 27, który się inaczej nazywa stopniem trzecim.

12. Co to jest wyciąganie ściany sześciogranney z liczby danej?

Jest to wynalezienie takiej liczby, która przez siebie samą trzy razy rozmnożona, czyli, czyli rodzi liczbę zadaną, to jest sześciogran, czyli kostkę wserz, wzdłuż, y wgłąb równoboczną, jeżeli dana liczba jest zupełnie sześciogranna: jeżeli zaś nie, rodzi największy sześciogran w owej liczbie zamknięty, n. p. Wyciągnąć ścianę sześciogranną z liczby danej 8, jest to wynaleść liczbę 2, która trzy razy w się wprowadzona, daną liczbę 8 rodzi.

13. Kiedy liczba dana nie wynosi więcej nad tysiąc, iak łatwo można mieć iey ścianę sześciogranną?

W ten czas można ją łatwo znaleźć w tablicy następującej, n. p. Chcąc dojść, iaka jest ściana sześciogranna 27; szukam w trzeciej

kolumnie tej liczby, y znayduię ją w trzecim

Ścia- ny	Czwor- granie	Sześcio- granie
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

rzędzie; więc 3 w tym-  
że samym rzędzie w pier-  
wszej kolumnie położo-  
ne, są ścianą sześciogran-  
ną 27. Bo  $3 \times 3 = 9$ ,  
też  $9 \times 3 = 27$ . Jeżeli  
zaś dana liczba nie jest  
rzetelny sześciogran, w  
ten czas bierze się ścia-  
na naybliższa liczbie za-  
danej. Tak liczby 170,

jest ściana naybliższa 5 &c: iakośmy wyżej  
o wyciąganiu ściany czworograniastej powie-  
dzieli.

14. Kiedy liczba zadana wynosi więcej nad  
tysiąc, iak się z niej wyciąga ściana sześcio-  
granna?

W ten czas trzeba zachować następujące re-  
guły: *Nayprzod.* Potrzeba daną liczbę, za-  
czynając od ręki prawey, tak podzielić, aby  
w każdey części trzy figury znaydowały się,  
procz pierwszej od ręki lewey, która czasem  
dwie, a czasem iedną tylko figurę mieć mo-  
że. Jle będzie takich części, tyle bydź po-  
winno figur w ścianie z całej liczby wycią-  
gnionej. Procz tego trzeba, iak wyżej o  
wyciąganiu ściany czworogranney powiedzie-  
liśmy, kłaść kropkę pod trzecią figurą od pra-  
wey ręki, y znowu dwie we śródku opuści-  
wszy pod szostą figurą, potym pod dziewiątą,  
dwunastą, y tak daley; zawsze po dwie figury  
we śródku po każdey kropce opuszczając.

*Powtore.* Pierwszej części liczby danej szu-  
kam ściany sześciogranney na tablicy sześcio-  
gra-



granow, którey ieżeli nie znayduię, biorę ścianę sześciogranu naybliżey do niey przychyłającego się, y piszę ją na osobnym mieyscu za pierwszą część ścianey generalney. Potym z tey ściany wynalezioney robię sześciogran, y odcinam go od pierwszej części liczby daney.

*Potrzebie.* Do reszty, ieśli się iaka po tym odciągnienu została, składam następującą drugą część z liczby daney, lecz po znalezieniu Dzielnika, iedną tylko z owey złożoney części liczbę, czyli figurę kropką naznaczoną brać będę do szukania wieloraza. Dzielnika zaś drugiey części tak wynayduię: z ściany iuż wynalezioney robię kwadrat, y potraiam go, to iest moltiplikuie go przez 3; Produkt ztąd wypadaiący będzie Dzielnikiem drugiey części; dopiero uważam, wiele razy ten Dzielnik w owey drugiey części zamyka się (nietykaiąc dwuch figur ostatnich teyże części po kropce leżących) a wieloraz piszę za drugą figurę ściany generalney.

*Poczwarte.* Przez wieloraz wynaleziony rozmnażam Dzielnika, a produkt piszę pod temi liczbami, w ktorych się tenże Dzielnik zamykał; potym potraiam pierwszą część ściany znalezioney, y rozmnażam ją przez kwadrat drugiey części teyże ściany; produkt ztąd wynikaiący piszę pod pierwszym produktem, iedną figurą ku prawey występując. Naostatek robię sześciogran z teyże drugiey części ściany wynalezioney, ktory piszę pod drugim produktem, iedną znowu figurą ku prawey występując. Dopiero te trzy produkta razem zbieram,

ram, y odciągam od drugiey części, wziętey wraz z ostatniemi dwiema figurami za kropką stojącemi.

*Popiąte.* Do reszty, ieśli się iaka została, składam dalszą część z liczby daney, y szukam nowego Dzielnika tak, iakom wyżej w trzecim punkcie powiedział, robiąc kwadrat z ściany wynalezioney, y potraiając go; produkt ztąd wypadający, będzie nowym Dzielnikiem. Uważam potym, wiele razy zamyka się w części liczby daney, dwóch ostatnich figur nietykając. Wieloraz piszę za trzecią część ściany generalney. Dopiero robię tym sposobem, iakom w czwartym punkcie powiedział, produkta, ktore zebrane odciągam z trzeciey części liczby daney &c. Tym sposobem można łatwo wyciągnąć ścianę sześciogranną z liczby daney, choćby naywiększey.

Wiedzieć zaś potrzeba, iż ieżeli wynaleziona ściana sześciogranna będzie złożona ze trzech figur, pierwsza część ściany, do szukania, czyli robienia produktow, powinna zamykać w sobie dwie figury, a druga część ie-dną trzecią figurę. Jeżeli zaś będzie złożona ze czterech figur, pierwsza część powinna zamykać trzy figury; a druga część czwartą figurę, y tak daley. Przykłady całą tę naukę lepiey, y dokładniey objaśnia.

*Przykład I.* Ma kto kamieni rowno ciosanych 1728, chce z nich sześciogranny postument do posągu kazać wystawić; pytam, iak wiele na każdym boku wszerz, wgłąb, y wzdłuż kamieni kłaść będzie potrzeba?

Liczba

I

Dzielnik 3	- 7,28
	6
	12
	8
	728
	---

Abym z danej liczby ścianę wyciągnął, daną liczbę podzieliwszy na dwie części, widzę że jedności ściana jest 1, którą piszę za pierwszą część ściany na boku; a że jedności sześciogran jest 1, odciągam więc zaraz 1 od 1, nic się nie zostaje. Powtore składałem następującą część z liczby danej, y zrobiwszy Dzielnika 3, sposobem przepisany, widzę, iż się w 7 dwa razy zamyka, piszę ie więc za drugą część ściany generalney; potym trzy produkta, według nauki wyżey podaney, uczyniwszy, y razem zebrane od drugiej części odciągnąwszy, zostaje się nic; co jest znakiem, iż dana liczba zupełnie jest sześciogranna. Ściana zaś wynaleziona 12 pokaże, iż na każdy bok owego postumentu kłaść potrzeba kamieni 12, Bo 12 X 12 daią 144. Te 144 X 12 daią 1728, ile było kamieni danych.

*Przykład II.* Chcę wyciągnąć ścianę kubiczną z następującey liczby:

Liczba

Liczba dana		Ściana sześciogran.
66,926,037		406 $\times$ 49 $\frac{2621}{726}$

64

48		29,26,
4800		29260,37. a.

28800 . . c.

4320 . . d.

216. . e.

2923416. . f.

... 2621. . g.

W tym przykładzie, postępując sobie podobnie reguł wyżej podanych, ponieważ w drugiej części liczby danej, Dzielnik 48 w 29 brać się nie może, zaczynam za wieloraz pisać cyfrę, a do drugiej części składam trzecią część z liczby danej, y zrobiwszy nowego Dzielnika 4800, widzę, iż w 29, 260 zamyka się 6 razy. Te więc 6. piszę za trzecią figurę ściany, a potem robię produkta do odciągnięcia ich z liczby podzielnej; to jest wieloraz 6 rozmnażam przez Dzielnika 4800, wypada produkt: 28800, który piszę przy c, potem potroiwszy pierwszą część ściany wynalezionę, wprowadzam ten produkt w kwadrat drugiej części ściany 6, y mam cały produkt, który piszę przy d; naostatek robię sześciogran z teyże drugiej części ściany 6, a produkt piszę przy e. Te produkta razem zebrawszy, piszę je przy f, y ten dopiero generalny produkt odciagam z liczby podzielnej a, zostaje się 2621 przy g. Co pokazuje, iż liczba

czba dananie jest zupełnie sześciogranna, czyli pełna. Sciana tedy sześciogranna 406 nie jest ścianą rzetelną liczby daney, lecz tylko ścianą największego sześciogranu, w owej liczbie zamykającego się. Dowód dobrze wyciągnionej ściany pełnej niżej będzie ukazany.

*Przykład III.* Mam wyciągnąć ścianę pełną z następującej liczby :

$$\begin{array}{r|l} \text{Liczba dana} & \text{Sciana.} \\ 12,454,901,432 & 2318. \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Dzielnik } 12 & 4454. \\ \hline \text{2giey części} & \\ 36.. & \\ 54. & \\ 27 & \\ \hline 4167 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Dzielnik } 1587 & 287901. \\ \hline \text{3ciey części} & \\ 1587.. & \\ 69. & \\ \hline \text{I} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 159391 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Dzielnik } 160023 & 128510432. \\ \hline \text{4tey części} & \\ 1280664.. & \\ 44352. & \\ 512 & \\ \hline 128510432. \\ \hline \end{array}$$

Scia-

Ściana więc wynaleziona daney liczby iest: 2318. Ta trzy razy w się wprowadzona, uczyni daną Liczbę.

15. Jak insi wyciągał ścianę pełną z liczby daney?

Jnsi wyciągnawszy ścianę z pierwszey części liczby daney, tak iak się powiedziało, iedną tylko figurę z drugiey części liczby daney składaia, y uczyniwszy sobie Dzielnika sposobem podanym, szukaia wieloraza, który znalazłszy, piszą za drugą figurę ściany. *Potwore.* Z tey znalezionej ściany robia sześciogran, y odciągaia go od obydwóch części liczby daney, a resztę zostaiącą pod linią wypisuią. *Potrzenie.* Do tey reszty przydawszy iedną z trzeciey części liczby daney figurę, y znalazłszy nowego Dzielnika tymże samym co wyżej sposobem, y wieloraz za trzecią figurę ściany napisawszy, z całej ściany sześciogran uczyniwszy, odciągaia ten produkt od wszystkich części z liczby daney już branych. Y tak daley sobie postępuia, kiedy tego potrzeba. Nie rozciągam się nad objaśnieniem tego sposobu, bo mi się pierwszy dokładniejszy zdaie.

16. Jeżeli się co zostaię po wyciągnięciu ściany sześciogranney z liczby daney, czego to iest znakiem?

Znakiem to iest, iż takowa liczba pełna sześciogranną nie iest, y ściana wynaleziona, nie iest ścianą rzetelną liczby daney, ale tylko ścianą największego sześciogranu w owej liczbie zawieraiącego się. Ponieważ tedy cała ściana liczby daney całkowitą liczbą wyrazić się nie może, przeto reszta pozostała wyrażać



razać się ma frakcyą, ktorey Licznikiem będzie taż sama liczba pozostała, a Mianownikiem przewyżka zmniejszona iednym, która zachodzi między sześciogranem ściany wynalezioney, y sześciogranem większym naybliższym. Jako w drugim przykładzie widzieć można. Podobnie wyciągnąwszy ścianę sześciograną ze 20, mam ścianę 2; reszta pozostała 12 będzie Licznikiem przyległej frakcyi, Mianownikiem zaś 19 —  $1 \equiv 18$ . Cała więc wynaleziona ściana będzie:  $2 \text{ } \ddagger \text{ } \frac{12}{18}$ .

Racya tego ta iest: iż sześciogran większy, n. p. 27, przewyższa sześciogran naybliżey od siebie mniejszy 8, ścianą 2 sześciogranu mniejszego potroioną, y moltiplikowaną przez ścianę 3 sześciogranu większego, z przydatkiem do produktu 1, to iest:  $27 \text{ } \text{---} \text{ } 8 \equiv 6 \text{ } \times \text{ } 3 \text{ } \ddagger \text{ } 1 \equiv 19$ . Albo też: każdy sześciogran przewyższa od siebie naybliższy mniejszy, trzy razy wziętym kwadratem z ściany mniejszego kwadratu, przydając potroioną też samą ścianę, y do niej 1. Y dla tey przyczyny w żadnym wyciągnienu ściany sześciogranney, reszta, ieśli iaka zbywa, nie może bydź większa, iak trzy razy wzięty kwadrat znalezionej ściany, oraz z przydaniem produktu potroionej teyże ściany, inaczey liczba dana miałaby ścianę iedną iednością większą, nad tę, która iest wynaleziona.

17. Jaka iest proba na doświadczenie dobrze wyciągnioney ściany sześciogranney?

Ta następująca: moltiplikuje się trzy razy przez siebie samą znaleźiona ściana, a do produktu dodaje się reszta od ostatniego odciągnięcia pozostała, summa rowna liczbie da-

ney

ney wypaść powinna; inaczey znakby był po-  
pełnioney iakiey omyłki. Tak w przykładzie  
drugim, ścianę znalezioną przez siebie trzy  
razy rozmnożywszy, y dodawszy resztę po-  
zostałą 2621, wypada dana liczba: 66926037.  
Oto wizerunek roboty:

$$\begin{array}{r}
 406 \\
 406 \\
 \hline
 2436 \\
 16240. \\
 \hline
 164836 \text{ Kwadrat.} \\
 406 \\
 \hline
 989016 \\
 6593440. \\
 \hline
 66923416 \text{ Sześciogran.} \\
 2621 \text{ Reszta.} \\
 \hline
 \end{array}$$

66926037. Liczba dana.

18. Jak się wyciąga ściana tak kwadratowa,  
iako y pełna z frakcyi danych?

Wyciąga się ściana tak z Licznika iako y  
Mianownika, sposobem wyżej podanym o  
kwadratach y sześciogranach, wypadnie fra-  
kcyja za ścianę daney frakcyi, zwłaszcza kie-  
dy y Licznik y Mianownik ma ścianę rzetel-  
ną. Tak  $\frac{4}{3}$  są ścianą czworgraną frakcyi  $\frac{1}{2}$ ,  
a  $\frac{4}{3}$  są ścianą sześciograną frakcyi  $\frac{2}{3}$ . (o)

§. 3.

[o] Jako wyciąganie ściany kwadratowey, tak y  
sześciogranney przez naybliższe do prawdziwey ściany  
przychylenie się z liczby niespełna sześciogranney opu-  
szczamy, zwłaszcza, iż sześciogranne y wyższych sto-

## §. 3.

*O wynaydowaniu liczb średnich nieprzerwanie proporcjonalnych.*

**M**Owiliśmy już wyżej, iż dwoiaka iest proporcya: ciągła czyli nieprzerwana, y prosta czyli porządna, y tamże podaliśmy sposoby na szukanie czwartej liczby proporcjonalnej porządnej. Tu ukażemy sposób na szukanie liczb średnich proporcjonalnych.

19. Jak się danym dwóm liczbom trzecia nieprzerwanie proporcjonalna wynayduie?

Z drugiej liczby robi się kwadrat, to iest w siebie samę wprowadza się, a produkt z tey moltiplicacyi wypadający, dzieli się przez liczbę pierwszą, wieloraz ukaże trzecią liczbę dwóm danym liczbom nieprzerwanie proporcjonalną.

Niech będą dane dwie liczby: 2. 6, do których trzeciej liczby nieprzerwanie proporcjonalnej szukać mam. Według danej nauki  $6 \times 6$ , a produkt 36 podzieliwszy przez 2, wypada 18 trzeci termin proporcjonalny.  $\frac{36}{2} = 18$ . Bo iako 2 w 6, tak 6 w 18 trzy razy spełna mieszczą się. Fundament tego zamyka się w *Lem: 1wszym* Roz: 3go.

Wiedzieć potrzeba, iż kiedy dane będą dwie liczby między sobą pierwsze, to iest: kiedy iedna

---

pniow ściany, do Algebry szczególniejszym prawem należą, przez ktorey reguły daleko łatwiej naydowane bywają. Można w tey materii czytać Arytmety: X. Skaradkiewicza, y Naukę X. Solskiego zostą, Zab: 14, który także opisać sposób wyciągania ściany sześciogran. przez Tabliczki Nepera, w Nauce 18. Zab 14. Geometrii swoiey.

dną w drugiej spełną kilkakroć brać się nie może, w ten czas trzecia liczba nieprzerwanie proporcjonalna, nie w całkowitej liczbie, ale z przyłączoną frakcją wypadnie. Tak dawszy dwie liczby: 2. 7, wypadnie trzecia proporcjonalna:  $24 \frac{1}{2}$ , to jest:  $\frac{2}{2} \cdot 7 \cdot 24 \frac{1}{2}$ .

20. Jak się wynayduie między dwiema danemi liczbami średnia nieprzerwanie proporcjonalna?

Mużyplikują się te dwie dane liczby między sobą, a z produktu wyciąga się ściana kwadratowa; ta ściana będzie średnim terminem między danemi dwoma liczbami nieprzerwanie proporcjonalnym.

Niech dane będą dwie liczby: 3. 27. między któremi szukam liczby średniej nieprzerwanie proporcjonalnej: więc  $3 \times 27 = 81$ . Z tych 81 wyciągnąwszy ścianę czworokątną, wypadnie ściana 9, czyli średni termin proporcjonalny między danemi liczbami: 3 y 27, to jest:  $\frac{2}{2} \cdot 3 \cdot 27$ . Bo iako 3 w 9, tak też 9 w 27, trzy razy spełna mieszczą się. Fundament tego masz w tymże *Lem: pierwszym Rozdz: 3go.*

Średni zaś termin Arytmetyczny tak się znayduie: dane liczby dodają się, summy połowa da termin Arytmetyczny proporcjonalny, n. p. 2. 8. Te liczby dodawszy  $2 + 8 = 10$ . połowa summy 5, daie średni termin Arytmetyczny proporcjonalny, tak: 2. 5 : : 8.

21. Na co tu jeszcze mieć uwagę potrzeba?

Na to, iż jeżeli produkt danych dwóch liczb nie jest rzetelny kwadrat, ani ściany kwadratowej prawdziwey wyciągnąć z niego nie można bez iakiey reszty, w ten czas między takimi

kiemi liczbami średniej liczby nieprzerwanie proporcjonalnej znaleźć żadną miarą nie można, dla zachodzącej frakcyi.

Przeciwnie zaś ściana kwadratowa jest średnią liczbą proporcjonalną między jednym y swoim własnym kwadratem, dla tego iż każdy kwadrat można brać niby multiplikowany przez 1. Tak 4 ściana kwadratu 16, jest średnią liczbą nieprzerwanie proporcjonalną, między 1 y 16. Bo  $\frac{1}{4} \cdot 4 \cdot 16$ ; tak się ma 1 do 4, iak też 4 do 16.

22. Jak między dwoma liczbami, dwie średnie liczby nieprzerwanie proporcjonalne wyнайdują się?

Wynaydują się następującym sposobem: kwadrat z pierwszej danej liczby zrobiony, rozmnaża się przez liczbę drugą, z produktu wyciągniona ściana sześciogranna pokaże pierwszą średnią liczbę proporcjonalną. Podobnież kwadrat drugiej liczby rozmnaża się przez pierwszą liczbę daną, z tego produktu wyciągniona ściana sześciogranna, pokaże drugą średnią liczbę nieprzerwanie proporcjonalną.

Tak n. p. Chcąc znaleźć między dwiema danemi liczbami 2 y 16, dwa terminy średnie nieprzerwanie proporcjonalne; *Nayprzod.* Czworogran 4, zrobiony ze 2, rozmnażam przez 16, toż z produktu 64 wyciągnąwszy ścianę sześciogranną 4, ta będzie pierwszą średnią liczbą proporcjonalną. *Powtore:* Kwadrat 256 zrobiony z 16 drugiej liczby danej, rozmnażam przez 2, a z produktu 512 wyciągnąwszy ścianę sześciogranną 8, ta będzie drugą średnią liczbą proporcjonalną między 2 y 16.

M

Za-

Zaczym 2. 4. 8. 16. mają między sobą proporcją ciągłą, czyli nieprzerwaną; gdyż iak się mają 2 do 4, tak się mają też 4 do 8, a iak się mają 4 do 8, tak się mają też 8 do 16.

Tu także wiedzieć potrzeba, iż jeżeli z produktu kwadratu iedney liczby rozmnożonego przez liczbę drugą, ściany sześciograney bez frakcyi wyciągnąć nie można, to między takowemi liczbami z śrzednich liczb nieprzerwanie proporcjonalnych żadną miarą znaleźć nie można. Pożytek tych tu pytań ukaże się w następującym Rozdziale, w którym mówić będziemy o Progressjach.

#### §. 4.

*Zamyka niektóre użyteczne zadania, które się przez pomienione reguły rozwiązuia.*

I. **P**Rzez wyciągnięcie ściany kwadrato vey. *Zadanie I.* Z lip 625 chcę ogrod kwadratowy zasadzić; pytam, ile ich w każdym rzędzie mam mieścić?

Sciana wyciągniona pokazuje, iż na każdy rząd po 25. wypadnie.

*Zadanie II.* Chce kto dziki sad w kwadrat drzewkami wysadzić, w którymby 56 rzędów było; pyta ile mu drzewek na to potrzeba?

Z daney liczby robię kwadrat, produkt 3136 wskazuje mi, iż tyle drzewek potrzeba, aby w owym sadzie było rzędów 56, a w każdym rzędzie po 56 drzewek.

*Zadanie III.* Chce kto ogrod 24 szeregami drzewek wysadzić, ma na to tylko 568. drzewek, które na 23 tylko szeregow wysadzenie wystarczaią, y nad to zostaje się drzewek 39.

Pytam



Pytam, wieleby drzewek jeszcze potrzeba, aby 24 szeregów bynąć mogło?

Ścianę 23 podwajam, a do produktu 46 przydać 1, mam 47, od tych 47 odciągamy pozostałych drzewek 39, zostaje się 8, które pokazują, iż tyle drzewek jeszcze potrzeba do owych 568, aby w ogrodzie owym było szeregów 24.

Albo też ze ściany 24 robię kwadrat, wychodzi 576, od tego odciągamy 568 drzewek, przypada 8 drzewek dokupić.

*Zadanie IV.* Nauczyciel pewny rozdać 324 jabłek między Uczniów swoich, pod tą kondycją: aby każdemu po tyle się dostało, ile wszystkich było? Pytam wiele miał Uczniów? y wiele każdy z nich wziął jabłek?

Z tej liczby ścianę kwadratową wyciągnąwszy, wypada 18. Tyle więc miał Uczniów, y po tyle każdy wziął jabłek.

*Zadanie V.* Matka dać swym dzieciom 162 orzechów, pod tą kondycją, aby każde tyle dwoje wzięło, ile ich jest; pytam ile było wszystkich dzieci, y ile każde orzechów wzięło?

Ponieważ każde ma brać po tyle dwoje, ile ich było, przeto liczbę daną potrzeba podzielić przez 2, a dopiero z wieloraza 81. wyciągnąć ścianę, wyniknie 9, tyle więc było dzieci, a każde wzięło po 18. orzechów.

Na próbę robię z ściany 9 kwadrat, będzie 81, ten kwadrat rozinnam przez 2. bo każde dwa razy tyle wzięło, co ich było, wyidzie dana liczba 162.

*Zadanie VI.* Po zgorzeniu pewnego Klasztoru, wysłani są Zakonnicy na zbieranie jałmużny. Po niejakim czasie powrociwszy, po-

strzegają, iż każdy tyle uzbierał, ile ich wysłanych było. Cała zaś sumka od nich przyniesiona, czyni złotych 144. Pytam wiele ich było na kweście, y wiele każdy przyniósł?

Wypada ściana wyciągniona 12. To jest tyle ich było na kweście, y każdy po 12 złotych przyniósł.

*Zadanie VII.* Umierając Oyciec zostawił Synom swoim złotych 1080, z tą kondycją, aby każdy 30 razy tyle wziął, ile ich było. Pytam wielu miał Synów, y wiele każdemu dostało się?

Daną liczbę przez 30 podzieliwszy, a z wielorazu 36, ścianę kwadratową wyciągnawszy, wypadnie 6. Synów; każdy więc weźmie po złotych 180.

*Zadanie VIII.* Ma pewne Miasto kwadratowych kamieni: 76176, każe z nich wystawić Ratusz w kwadratową figurę. Pytam ile Rzemieślnik na każdy bok kamieni brać powinien?

Po wyciągnięciu ściany wypadła 276, tyle na każdy bok kamieni kłaść potrzeba.

*Zadanie IX.* Jest baszta wysoka na łokci 24, obwiedziona fossą szeroką na łokci 10, chcąc wystawić drabinę, któraby do wierzchołka baszty owej z dalszego brzegu dosięgła; pytam na wiele łokci długa być powinna?

Nayprzód z wysokości baszty łokci 24 robię kwadrat  $= 576$ , a drugi z szerokości fossy łokci 10  $= 100$ . Powtore te dwa kwadraty razem znoszę, a z summy 676 wyciągam ścianę kwadratową, która ukaże, iż drabina być długa powinna na łokci 26.

*Zadanie X.* Hetman liczy piechoty 7569, lecz z nich tylko 2240 są uzbrojeni w pancerze,

rze, reszta 5329 bez pancerzy. Chce więc uzbroionemi w pancerze zasłonić bezpancernych, a to w figurę kwadratową. Pytam wielu ma postawić uzbroionych w pancerze w każdym rzędzie po końcach?

Nayprzód bio ę bezbrojnych liczbę 5329, wyciągam z niej kwadrat, wypada ściana 73. Powtore wyciągam ścianę z całej liczby piechoty, to jest z 7569, wychodzi ściana 87; toż odciągam jedną ścianę od drugiej, wypadnie różnica 14. tej połowa jest 7. Zaczynam bezpancernych stawiać potrzeba w każdym rzędzie, iak ściana wyciągniona pokazuje, po 73; w każdym zaś rzędzie przed niemi po bokach stawiać potrzeba po 7. uzbroionych w pancerze, tak po lewey, iako y po prawey stronie, to jest połowę różnicy ścian wyciągnionych. Na próbę do 73, przydaję 14 zbrojnych w każdym rzędzie postawionych, będzie 87, z tego kwadrat uczyniony da liczbę daną.

II. Przez wyciągnięcie ściany sześciogranney.

*Zadanie I.* Ma kto kości sześciobocznych 5832, Chce ie ułożyć w figurę sześciogranną. Pytam wiele na każdym boku, to jest wszęsz, wzdłuż y wgłąb kłaść owych kości powinien?

Wyciągnąwszy z daney liczby ścianę sześciogranną, wypada 18. Tyle tedy na każdym boku kości kłaść potrzeba.

*Zadanie II.* Pewny myśli kazać wystawić statwę, pyta wiele potrzeba mu sprowadzić równo ciosanych kamieni, aby postument do tej statuy był w kostkę na każdy bok 16 kamieni zabierający?

Z daney liczby 16 robię sześciogran, y od-

M<sub>3</sub>

po-

powiadam, iż mu potrzeba sprowadzić kamieni ciosanych 4096.

*Zadanie III.* Z dyamentu kuli żelazney, kamienney, lub ołowianey, ważący funt ieden, doysć iaki powinien bydź dyameter kuli dwóch funtowej, trzech funtowej &c. z tegoż samego materyału?

Daymy, że dyameter kuli funtowej dzieli się na części 10. Robię z tych 10 sześciogran 1000, a rozmnożywszy go przez 2, z produktu 2000 wyciągam ścianę sześciogranną, która mi ukaże, ile takowych części, dyameter kuli dwóch funtowej, zamykać w sobie powinien; to jest 12. Toż samo czynię szukając dyamentu kuli 3 funtowej, 4 funt: 5 funt: &c: to jest multiplikuję sześciogran 1000 przez 3, 4, 5, a z produktów wyciągam ściany sześciograne, te pokażą dyameter na kulę 3, 4, lub 5 funtową.

*Zadanie IV.* Rura armatna szeroka na dwa cale, wyrzuca kulę funtową. Gdyby dziura owej armaty była na 4 cale; pytam iak wielką kulę wyrzuciłby mogła?

Z calow dwóch robie sześciograny, y tak sobie postępuję: ieżeli 8 daie 1, 64 wiele dadzą? Wypadnie 8 funtow; tyle więc ważącą kulę wyrzucić może rura na 4 cale szeroka.

*Zadanie V.* Gdy straszna zaraza pustoszyła Ateny, Obywatele tamteczni udali się do Apollina, pytając, iakimby sposobem to zle od siebie oddalić mogli? Odpowiedział Apollo: iż w ten czas powietrze ustanie, gdy Ateńczykowie Ołtarz jego, który był sześciogranny we dwoie powiększą. Ztąd sławna urosła kwestya o podwoieniu sześciogranu.

Daymy, że ściana owego sześciogrannego  
Ołta-

Ołtarza miała w sobie stop Geometrycznych 15. Z tey ściany robię kwadrat 225, y rozmnażam go przez 30 ścianę podwoioną. Z produktu 6750. wyięta ściana sześciogranna pokaze, że owego Ołtarza podwoionego bok ieden powinien być mieć stop Geometrycznych

18  $\frac{1}{2} \frac{9}{16} \frac{18}{256}$ .

Ale już podźmy do progressyi.

## ROZDZIAŁ V.

*O skokach liczb, czyli progressyach, y o ich regułach.*

§. I.

*O progressyi Arytmetyczney, y Geometryczney w pospolitości.*

1. **C**o to jest skok liczb, czyli progressya? Progressya albo skok w liczbach, jest to nieprzerwany szereg liczb wielu, w iedney-że do siebie będących proporcyi, y tenże sam względ mających, n. p: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c: iako niżej.

2. Zkąd się rodzą skoki liczb, czyli progressye?

Rodzą się z proporcyi ciągłej, w ktorey drugi termin dwa razy się bierze, raz iako następujący, drugi raz iako poprzedzający, o czym było wyżej, y zowie się średni proporcjonalny. Jeżeli tedy proporcye ciągłe, czyli to Arytmetyczne, n. p: 3. 5. 7. czyli Geometryczne, n. p: 2. 4. 8. więcej iak trzy terminy w sobie zamykają, zowią się progressyamy, albo skokami liczb.

3. Wie-

3. Wieloraka tedy jest progressya czyli porcy liczb?

Progressya albo skok liczb jest dwoiaki: Arytmetyczny albo wolny, y Geometryczny albo prędki.

4. Co jest skok Arytmetyczny albo wolny?

Jest to szereg liczb wielu równo się przewyższających jedną różnicą albo przewyżką: to jest, kiedy większość lub mniejszość, ktoręmi się terminy ciągnących się liczb wiążą między sobą, będą też same y jednostayne: n. p.

Rząd iwszy.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
drugi.	1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.
trzeci.	2.	4.	6.	8.	10.	12.	14.
czwarty.	3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.
piąty.	35.	30.	25.	20.	15.	10.	5.

W pierwszym rzędzie każdy termin następujący jednym jest większy nad poprzedzający. W drugim rzędzie każdy następujący dwoma jest większy od poprzedzającego, y tam daley.

5. Jak tey różnicy czyli przewyżki dochodzić trzeba?

Termin pierwszy odciągamy od drugiego, albo ktorękolwiek od tuż następującego, reszta będzie różnicą czyli przewyżką, iak w położonych przykładach widzieć można.

6. Zkąd, y iak rośnie skok Arytmetyczny albo wolny?

Rośnie przydając różnicę terminow tey liczbie, po której chcę rozciągnąć progressyą. N. p. Chcąc te terminy: 3. 5. 7. daley rozciągnąć, dodam do 7 różnicę 2, mam 9; do 9 przydam różnicę 2, mam 11, y tak daley.

7. Co



## 7. Co jest skok Geometryczny albo prędkości?

Jest to szereg liczb wielu w tejże samej y jednostajnej proporcji rosnących, to jest: w podwojnej, potrojnej, poczwornej, y tam daley, to jest: kiedy terminy owe mają między sobą wyróżnie proporcją ciągłą; względ ten między terminami zachodzący, zowie się skokiem prędkim, czyli Geometrycznym. Oto przykłady:

Podwojna. 1. 2. 4. 8. 16. 32.

Potrojna. 1. 3. 9. 27. 81. 243.

Poczworna. 1. 4. 16. 64. 256. 1024.

Pięciorna. 1. 5. 25. 125. 625. 3125.

## 8. Co to jest progressya podwojna, co potrojna, poczworna &amp;c?

Podwojna jest, w ktorej Mianownik czyli Wieloraz, albo wskazownik jest 2. Potrojna w ktorej 3. Poczworna w ktorej 4; y tam daley.

## 9. Co to jest ten Mianownik, iak się dochodzi czyli poznać?

Mianownik w progressyi Geometrycznej jest to ta liczba, po ktorej poznaemy względ proporcji między liczbami zachodzący.

Dochodzi się zaś tak: liczbę następującą dzielić przez poprzedzającą; Wieloraz będzie Mianownikiem. Tak w pierwszym rzędzie, dzieląc 2 przez 1, albo 4 przez 2, albo 8 przez 4, zawsze wychodzi Mianownik 2. Także w drugim rzędzie dzieląc 3 przez 1, albo 9 przez 3, wypada Mianownik 3, y tak daley.

## 10. Jak rosną terminy progressyi Geometrycznej?

Rosną tak: termin ostatni, po którym mam

rozciągnąć progressyą, multiplikując przez Mianownika, produkt będzie terminem następującym, n. p. Chcąc rozszerzyć skok podwoyny 6 terminow mający, termin ostatni 32 multiplikując przez 2, wychodzi produkt za termin następujący siódmy 64, y tak daley. (p)

11. Na co się zdadzą te obydwie progressye czyli skoki liczbowe?

Na to, ażebyśmy wszystkich terminow, ilekolwiek ich bydź może, szereg krotko y łatwo bez uprzykrzonego, zwłaszcza w przydłuższych rachubach, dodawania, w jedną sumę znieść mogli.

Już nieco obszerniey o własnościach, y pożytku obydwu tych progressyi w szczególności pomowmy.

### §. 2.

#### *O skoku wolnym czyli Arytmetycznym.*

12. **K**Tore są *Lemmata*, na których się wszystkie reguły progressyi Arytmetyczney zasadzają?

Te trzy następujące :

*Lemma I.* W progressyi Arytmetyczney z wielukolwiek terminow składającej się, summa terminow kraynych, to iest zebranie w jedną kwotę pierwszego y ostatniego terminu, równa

---

[p] Wiedzieć potrzeba, iż terminy proporcji Geometyczney pięciórako odmieniać można bez naruszenia proporcji liczb, to iest: wspak ie obracając, przemieniając, składając, rozmnażając, y dzieląc. Niech będą te terminy proporcjonalne : 1. 2. 4. 8. Wspak ie obracając stać będą tak : 2. 1. 8. 4; przemieniając tak : 1. 4. 2. 8. Składając, czyli dodając tak :  $1 + 1. 2. 4 + 4. 8.$  Taż sama będzie proporcya mnożąc, lub dzieląc terminy proporcjonalne przez jednąż liczbę.

wna się summie dwóch terminów, od tychże kraiu równie odległych. Tak w sześciu następujących terminach skoku wolnego :

2. 4. 6. 8. 10. 12.

2.  $\times$  12.  $=$  14. 4.  $\times$  10.  $=$  14.

2.  $\times$  12.  $=$  14. 6.  $\times$  8.  $=$  14.

*Lemma II.* W progressyi Arytmetyczney, ktorey terminy nie są do pary, summa kraynych terminów, albo dwóch ktorychkolwiek, równie od kraiu odległych, dwa razy większa jest nad średni termin. Tak w następującej progressyi :

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14.

Summy 2  $\times$  14; 4  $\times$  12; 6  $\times$  10 zawsze dwakroć są większe od 8 liczby we środku danej progressyi zostające.

*Lemma III.* W każdej progressyi Arytmetyczney, termin ktorykolwiek wzięty, zamyka w sobie termin pierwszy, to jest: termin najmniejszy, y przewyżkę, która między temiż terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile jest terminów od pierwszego terminu aż do niego. Tak w następującym skoku :

3. 6. 9. 12. 15. 18.

Termin trzeci tego skoku 9, zamyka w sobie pierwszy termin 3 y przewyżkę 3, która tu między terminami zachodzi, dwa razy wziętą tak:  $9 = 3 \times 3$ . Podobnie 12 termin czwarty, zamyka w sobie pierwszy 3 y przewyżkę 3, trzy razy wziętą; gdyż  $12 = 3 \times 3 \times 3$ . &c.

13. Jaki wniosek y pożytek z tego trzeciego Lemmatu wypływa?

Ten niezawodny: iż jeżeli przez przewyżkę, między terminami skoku Arytmetycznego zachod-

zachodzącą, rozmnożę liczbę terminow wszystkich, procz pierwszego, a do produktu dodam termin pierwszy najmniejszy, to mi w owej progressyi wypadnie termin największy. Tak w ostatnim przykładzie przez przewyżkę 3, rozmnożywszy liczbę terminow, których tu jest procz pierwszego 5, a do produktu dodawszy pierwszy najmniejszy termin 3, będę miał 18, termin największy w danej progressyi; gdyż  $3 \times 5 = 15$ , a  $3 = 18$ . Oczym jeszcze będzie niżej.

14 Wiele rzeczy w każdej progressyi czyli skoku Arytmetycznym zważać potrzeba?

Te pięć następujące: I. Termin najmniejszy. II. Termin największy. III. Liczbę terminow. IV. Pospolitą przewyżkę. V. Summę terminow danej progressyi. Tyle więc wpływa reguł na wzmiankowanych liczb czyli terminow wynalezienie.

### ZADANIE I.

15. Gdy będą dane najmniejszy y największy, to jest: pierwszy y ostatni w progressyi Arytmetyczney terminy, y liczba wszystkich terminow, iak się znajdzie wszystkich tych terminow summa generalna?

*Reguła.* Do terminu największego przydaie się najmniejszy, a summę zmnożywszy przez połowę wszystkich terminow, produkt ztąd wypadający ukaże summę generalną całej owej progressyi.

*Przykład.* Chcę wiedzieć wiele czynią wszystkie uderzenia godzin Zegaru Rzymskiego, począwszy od pierwszej godziny do dwunastej, w pro-

w progressyi liczb Arytmetyczney porządkiem naturalnym idących: 1. 2. 3. 4. *Ec?*

W tey progressyi najmniejszy termin jest 1. największy 12, wszystkich oraz progressyi terminow jest 12. Zaczynam podług daney reguły, najmniejszy termin 1, przydawszy do największego 12, będzie 13; którą sumę rozmnożywszy przez połowę wszystkich terminow, to jest przez 6. tak:  $13 \times 6$ . mam produkt 78, który mi ukazuje wszystkie uderzenia godzin zegaru, od pierwszej aż do dwunastej. Ten produkt 78 podwoiwszy, będą miał uderzenia przez cały dzień naturalny 156.

Reguła ta zasadza się na *Lem: I.* w którym pokazaliśmy, że summa terminow kraynych równa jest którymkolwiek dwom terminom od tychże krain równie odległych, a zatem produkt z pierwszego y ostatniego terminu, przez połowę terminow rozmnożonego, koniecznie równy być musi summie wszystkich terminow w wolney progressyi będących. Multiplikacya bowiem jest to Addycya kilkakroć powtorzona.

Ztąd wypływa, iż sumę całej progressyi wolney można jeszcze mieć: *Nayprzod:* połowę summy z pierwszego y ostatniego terminu zebranej, przez liczbę wszystkich terminow multiplikując. *Powtore:* Sumę pierwszego y ostatniego terminu przez całą liczbę terminow rozmnożywszy, produkt ten przez 2 dzieląc.

Kiedy zaś terminy w progressyi Arytmetyczney trafiają się nieparzyste, w ten czas podług *Lem: II.* przez termin średni rozmnożywszy

żywszy liczbę terminow nieparzystych, produkt da sumę wszystkich terminow progresyi wolney. W tym bowiem *Lem: II.* pokazaliśmy, iż termin średni rowny jest połowie summy z pierwszego y ostatniego terminu zebraney.

## ZADANIE II.

16. Gdy będą dane terminy najmniejszy y największy, y liczba terminow, iak się znayduie przewyżka między terminami owej progresyi zachodząca?

*Reguła.* Od największego terminu odciąga się najmniejszy, a reszta dzieli się przez liczbę terminow iednym zmniejszoną. Wieloraz ukaże przewyżkę między terminami skoku zachodzącą.

*Przykład.* Jest Woysko w tryanguł uszykowane, ktorego pierwszy, to jest najmniejszy rząd, 2 żołnierzy zabiera, ostatni rząd czyli największy termin zabiera 120. Niechay będzie 60 rzędow; pytam iaka między temi rzędami zachodzi przewyżka? to jest wielu żołnierzami ieden rząd drugi przechodzi, czyli przewyższa?

Od największego tedy terminu 120, odciągam najmniejszy 2, a resztę 118 podzieliwszy przez liczbę terminow iednym zmniejszoną, to jest przez 59; Wieloraz 2 pokazuje zachodzącą przewyżkę, to jest, iż każdy następujący termin od poprzedzającego 2 jest większy.

*Reguła* ta gruntuie się na *Lem: III.* Bo 120 zamyka w sobie najmniejszy termin 2, y nad to



to przewyżkę 2, tyle razy wziętą, ile jest terminów w progressyi, poczynawszy od 2 aż do 120, to jest: zamyka 59 razy tę przewyżkę 2, co uczyni 118; przydając pierwszy termin 2, będzie 120. A zatym odciawszy termin najmniejszy, reszta zamyka w sobie tyle razy przewyżkę, ile jest terminów progressyi zmniejszonych 2; więc resztę owę podzieliwszy przez liczbę terminów jednym zmniejszoną, wypaść powinna przewyżka między terminami zachodząca.

### Z A D A N I E III.

17. Gdy będą dane terminy najmniejszy y największy, y przewyżka, iak się znajdzie liczba wszystkich terminów?

Od największego terminu odciągamy najmniejszy y, a resztę podzieliwszy przez przewyżkę, Wieloraz jednym powiększony, ukaże wszystkich terminów liczbę.

*Przykład.* Jubiler pewny przedaie kilka pereł, pierwszą n. p. za 4 talery bite, drugą za 10, y tak daley postępując przez przewyżkę 6 aż do ostatniey, którą przedał za 478 talarów bitych. Pytam, wiele miał wszystkich pereł?

Odciągam termin najmniejszy 4 od największego 478, a resztę 474 podzieliwszy przez przewyżkę 6, wypada 79, do tego przydawszy 1, mam 80, liczbę terminów, czyli pereł sprzedanych.

Reguła ta gruntuie się na Lem: III.

ZA.

## Z A D A N I E IV.

18. Gdy będą dane termin najmniejszy, przewyżka, y liczba terminow, iak się znajduje termin największy?

Dana liczba terminow jednym zmniejszona przez przewyżkę różni się, do tego produktu dodawszy termin najmniejszy, summa ztąd wynikająca będzie największym terminem.

*Przykład.* Ośmiu ubiegającym się do mety wyznaczono nadgrody tak, aby ten, który ostatni do mety dobiegł, wziął 4 złote, przedostatni 7, przed przedostatni 10, y tak daley w progressyi przez przewyżkę 3 rosnącey. Pytam, wiele się temu należy, który pierwszy do mety dobiegł?

Przez przewyżkę tedy 3 multiplikuję liczbę terminow 8 — 1, to jest 7; wychodzi produkt 21, przydawszy do niego termin najmniejszy 4, mam w pomienionej progressyi termin największy 25. Tyle więc pierwszy nadgrody weźmie.

Ta reguła zasadza się na *Lem: III.*

Tymże samym sposobem dochodzi się iakikolwiek inszy termin zamierzony, czyto piąty, czy siódmy &c.

## Z A D A N I E V.

19. Gdy będą dane termin największy, liczba terminow, y przewyżka, iak się termin najmniejszy wynajduje?

Dana przewyżka multiplikuje się przez liczbę

czbę terminow iednym zmniejszoną, a produkt odciągnąwszy od terminu największego, wypadnie termin najmniejszy.

*Przykład.* Rzemieślnik podjął się pewney roboty, pod tą kondycją, aby mu codziennie pięć groszy przyczyniano nad płacą dnia pierwszego, do pokiby roboty nieskończył. Robił więc dni 15, y wziął dnia ostatniego od roboty dzienney groszy 100. Pytam ile wziął dnia pierwszego?

W tym przykładzie przewyżkę 5 rozmnażam przez liczbę terminow iednym zmniejszoną 15 — 1, to jest przez 14, a produkt 70 odciągam od terminu największego 100, wypada mi najmniejszy termin 30. Tyle więc groszy wziął dnia pierwszego. Przez wszystkie zaś dni podług reguły pierwszego zadania, zarobił gr: 975. czyli zł. 32. gr: 15.

Ta reguła zasadza się na *Lem: III.*

### S. 3.

*O skoku prędkim, czyli progressyi Geometryczney.*

20. **K**Tore są *Lemmata*, na których się reguły Geometryczney progressyi zasadzają?

Dwa następujące:

*Lemma I.* W każdej progressyi Geometryczney, jeżeli dwa iakiegolwiek terminy między sobą rozmnożone będą, a produkt przez pierwszy termin progressyi podzielony będzie, za Wieloraz wypadnie termin tyle miejscami odległy od terminu pierwszego, ile iedności zamykają w sobie wskazowniki razem wzięte obydwu terminow moltiplikowanych.

Te zaś wskazowniki (*Indices*) nie co innego są, tylko liczby porządkiem naturalnym, pod każdym progressyi Geometryczney terminem napisane, zaczynając od cyfry: tak 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c. Y tak w następującej progressyi, napisawszy pod każdym termin n progressyi liczby naturalne, zaczynając od cyfry:

3. 6. 12. 24. 48. 96. &c.

0. 1. 2. 3. 4. 5.

Jeżeli rozmnożę między sobą dwa ktorekolwiek terminy, n. p. 6 X 48, a produkt 288 podzielę przez termin pierwszy 3, będę miał za wieloraz termin: 96, który w tey progressyi pięcią miejscami od pierwszego terminu jest odległy, iako wskazowniki moltiplikowanych przez się terminow  $1 \times 4 = 5$ , ukazują. Liczby więc te pod terminami skoku Geometrycznego położone, żowią się wskazujące, albo wskazowniki, bo nam wskazują, iak daleko każdy termin odległy jest od terminu pierwszego. Wskazują zaś miejsce, czyli liczbę terminow iednością zmniejszoną. Tak: 48, których wskazownik jest 4, są piątym terminem progressyi. Na co pomnieć, wiele pomoże do kwestyi rozwiązywania.

*Lemma II.* W każdej progressyi Geometryczney podwoyney, największy termin, wyiawszy z niego pierwszy, rowny jest wszystkim innym terminom razem wziętym. W progressyi zaś potroyney, największy termin, wyiawszy z niego pierwszy, jest dwa razy większy nad wszystkie inne terminy razem zebrane, &c. Tak n. p. w tey progressyi: 1. 2. 4. 8. 16, odciągawszy termin najmniejszy 1 od

nay-

naywiększego 16, zostaje się 15. Te 15 rowne są wszystkim terminom razem zniesionym:  $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ .

## Z A D A N I E I.

21. Gdy danych będzie kilka terminow progressyi Geometryczney, iak się znajduie termin naywiększy, albo inny którykolwiek, nie-dochodząc nawet terminow średnich?

*Reguła.* Potrzeba dwa terminy, albo y więcej w owej progressyi moltiplikować między sobą, ale takie, którychby wskazowniki wraz wzięte zamykały w sobie tyle iedności, iedną mniej, ile ich ma ta liczba, nad którą terminu szukam, a produkt ztąd wynikający podzieliwszy przez termin pierwszy, wieloraz pokaże termin, ktorego szukam.

N. p. Niech będą dane następujące terminy progressyi Geometryczney:

5. 10. 20. 40. 80. 160 &c,

0. 1. 2. 3. 4. 5.

W ktorej progressyi chcę znaleźć termin szesnasty. Wskazownik tego terminu będzie 15, to iest liczba iednym mnieysza od miejsca terminu zamierzonego.

Biorę więc n. p. termin szesty 160, ktorego wskazownik 5 dwa razy wzięty czyni 10. Moltiplikuję te 160 przez siebie same, to iest  $160 \times 160$ , wypada produkt: 25600, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, mam za wieloraz 5120 termin iedenasty, ktorego wskazownik iest 10. Ten iedenasty termin 5120, moltiplikuję znowu przez termin szesty 160, mający wskazownika 5, wychodzi

N<sub>2</sub>

pro-

produkt: 819,200, który podzieliwszy przez termin pierwszy, mam za wieloraz 163840 termin szesnasty, którego wskazownikiem będzie liczba 15, iednym mniejsza od mieysca terminu zamierzonego. Gdyż wskazownik  $10 \div 5 = 15$ . Mam więc termin szesnasty znaleziony 163840 z liczbą wskazującą, czyli wskazownikiem 15.

Albo też tenże termin szesnasty tak wynaduię: Biorę dwa terminy n. p. 40 y 160, pod ktoremi wskazowniki wraz wzięte czynią 8, to iest:  $3 \div 5 = 8$ , y rozmnożywszy 40 przez 160, a produkt 6400 przez pierwszy termin 5 podzieliwszy, będę miał termin osmy 1280 z wskazownikiem 8. Potym wynaleziony termin osmy 1280 multiplikuię przez 20, to iest przez termin trzeci, wypada produkt 25600, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, mam za wieloraz iedenasty termin 5120 z wskazownikiem 10. Bo wskazownik  $8 \div 2 = 10$ . Naostatek, ażebym miał termin szesnasty z wskazownikiem 15, termin iedenasty dopiero znaleziony 5120, multiplikuię przez termin szosty 160, który pod sobą ma wskazownika 5, to iest  $5120 \times 160$ , wychodzi produkt 819200, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wieloraz 163840, ukaże mi termin szesnasty z wskazującą liczbą 15.

Jeżeli ieszcze chcę szukać terminu dalszego w teyże samey progressyi, n. p. 29, multiplikuię termin iedenasty 5120 przez 163840 termin szesnasty, a produkt: 838860800 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wypadnie termin 26sty: 167772160 z wskazownikiem 25. Bo wskazownik  $10 \div 5 = 25$ . Potym  
wyna-



wynaleziony termin 26sty: 167772160 multiplikuję przez termin czwarty 40, który ma wskazownika 3. (termin bowiem 29ty powinien mieć wskazownika 28, a zaś  $25 \times 3 = 28$ ) po uczynioney multiplikacyi wypada produkt: 6710886400, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wieloraz: 1342177280 ukażnie mi termin 29ty teyżę progressyi z wskazownikiem 28. Tym sposobem znajduią się terminy choćby nayodlegleysze. Krotko mówiąc: toż samo jest szukać w daney progressyi terminu n. p. 54, co szukać terminu takiego, ktoregoby wskazownik był 53, iednymnniejszy od miejsca terminu, ktorego szukam.

Ten drugi sposob, wynalezienia ktoregokolwiek w daney progressyi terminu, jest dokladniejszy y lepszy; bo pierwszy tę ma wadę, iż nie na każdy skok zamierzony służy; gdyż czasem termin zamierzony przenosi, a czasem niedociąga: Doświadczający łatwo to poznać może.

Reguła ta zasadza się na *Lem: I.* Każdy bowiem wieloraz z multiplikacyi, y dwuzmian dwu terminow wynikający, tylu miejscami odległy bydz powinien od terminu pierwszego, ile iedności zamykają w sobie wskazujące liczby, czyli wskazowniki razem wzięte, obydwu terminow między sobą multiplikowanych.

## Z A D A N I E II.

22. Gdy będą dane termin naymniejszy, naywiększy, y Mianownik progressyi Geometryczney, iak się wynayduie generalna summa wszystkich terminow?

N<sub>3</sub> ..... Od

Od terminu największego odciąga się najmniejszy, a resztę podzieliwszy przez Mianownika progressyi iednym zmniejszonego, y do wieloraza przydawszy termin ostatni, wypadnie generalna summa wszystkich terminow razem zebranych.

*Przykład.* Przedaie kto konia na cztery nogi kowanego; nie więcej za niego nie chce, tylko zapłaty za same ufnale, których się w podkowach znajduie 24. Ale w ten sposób: aby mu za pierwszy ufnal dano 2 gr: za drugi gr: 4, za trzeci gr: 8, za czwarty 16, y tak daley w podwoyney progressyi Geometryczney. Pytam iaka summa gr: wypadnie za tego konia?

Znalazłszy ostatni termin w tej progressyi, przypadnie za ostatni czyli 24ty ufnal groszy 16,777,216. Od tego więc ostatniego terminu w progressyi Geometryczney odciągam termin pierwszy 2, a resztę 16,777,214, podzieliwszy przez Mianownika iednym zmniejszonego, to jest przez 2 — 1, lecz że 1 liczb nie dzieli, mam za wieloraz też samę summę: 16,777,214, do ktorey przydawszy ostatni w progressyi termin 16,777,216, wypadnie summa generalna groszy: 33,554.430, którą podzieliwszy przez 30 gr: będzie miał cenę owego konia złotych 1.118.481.

*Okazanie tej operacyi.* W każdej progressyi Geometryczney, iak się ma Mianownik iednym zmniejszony do iednego, tak się ma największy termin najmniejszym terminem zmniejszony, do summy ze wszystkich terminow w progressyi zebranych, wyiawszy tenże sam termin ostatni. Tak n. p. dawszy na  
 stopu-

stępującą progressyą Geometryczną w proporcji potroyney: 3. 9. 27. 81; będzie się miał Mianownik 3 iednym zmniejszony do 1, to jest: 2. 1. iak się ma termin najmniejszy zmniejszony terminem najmniejszym, to jest: 81 — 3 = 78, do całej summy progressyi, wyiawszy tenże sam ostatni termin, to jest do 3 \* 9 \* 27 = 39.

2. 1 : 3 78. 39.

Zaczynam podzieliwszy 78 przez 2, mam 39; do tych 39 dodawszy ostatni termin 81, mam 120, summę wszystkich terminow w owej progressyi będących.

23. W progressyi Geometryczney podwoyney iak łatwiey y krocey summę znaleźć można?

Znaydnie się łatwo tym sposobem: Ostatni termin podwajam, a od produktu odciągam termin pierwszy. Tak w wspomnionym o ufnalach przykładzie, termin ostatni 16,777,216 podwoiwszy, a od produktu termin pierwszy 2 odciągnawszy, mam summę gr: tęż samę, co y pierwey: 33,554,430, czyli zł: 1,118,481.

Przyczyna tego ta jest oczywista: iż w tey mierze Mianownik 2 iednym zmniejszony jest 1, który liczby dzielić nie może. Zaczynam dodać do wieloraza ostatni termin, jest to wziąć go dwa razy, czyli podwoić.

Na wynaydowanie najmniejszego terminu, liczby terminow, y Mianownika, czyli względu między terminami zachodzącego, nie kładziemy sposobu, ani reguł; gdyż prawie zawsze termin najmniejszy y liczba terminow w progressyi Geometryczney wiadome daią się; a na wynalezienie pospolitego Mianownika

ka, czyli względu między terminami zachodzącego, sposób już wyżej podaliśmy, mówiąc w powszechności o progressyi Geometryczney.

§. 4.

*Zamyka w sobie niektóre ciekawe przykłady, które się przez progressyę rozwiązują.*

I. Przykłady na progressyą Arytmetyczną.

I. Rzemieślnik pewny skończywszy znaczne dzieło za dni 30, odebrał umowioną nadgodę; y spytany od przyjaciela, ileby zyskał, odpowiedział: iż pierwszego dnia wziął zł: 1, drugiego 5, y tak daley w progressyi Arytmetyczney. Pytam się, ile wziął dnia ostatniego, y wiele przez wszystkie dni zyskał?

Znalazłszy termin ostatni, mam dnia ostatniego płacą złotych 117. A znalazłszy sumę wszystkich terminow, mam cały jego zarobek złotych 1770.

II. Hetman pewny zdobycz przy dobytciu Miasta wziętą, każe dzielić między 40 żołnierzy, ktorzy pierwsi wpadli do fortecy, z tą kondycyą: ażeby ostatni wziął zł: 100, przedostatni złot: 130, trzeci od końca 160, y tak daley w progressyi z przewyżką 30. Pytam, ile pierwszemu z nich dostało się?

Termin największy jest 1270; tyle więc temu dostało się, który pierwszy wszedł do fortecy.

III. Zakupił Księgarz pewną liczbę ksiąg, tak: iż za pierwszą księgę dał gr: 2, za drugą gr: 4, za trzecią 6, y tak daley w progressyi przez 2 rosnącey; za ostatnią księgę zapłacił gr: 400. Pytam, ile wszystkich ksiąg kupił?

Zna-

Znalazłszy liczbę terminow, mam 200 książek, które księgarz zakupił.

IV. Pan pewny mocno zachorowawszy, dał pewną kwotę pieniędzy, aby w ten sposób między ubogich rozdane były: dnia pierwszego choroby 1 zł: drugiego 4, trzeciego 7, y tak dalej codziennie trzema złotemi więcej. Ostatnim razem dano zł: 28. Po rozdaniu wszystkich pieniędzy przychodzi Pan do zdrowia. Pytam, ile dni chorował?

Znalazłszy liczbę terminow, mam 10 dni, przez które ow Pan chorował; wszystkich zaś pieniędzy wydano złot: 145.

V. Chcę wiedzieć, iak wielka jest summa wszytkich minut, rachując od godziny pierwszej do godziny 12, w progressyi przez przewyżkę 60 rosnącej.

Terminy tak stać będą: najmniejszy jest 60. 120. 180. 240. &c. Ostatni termin jest 720. Summa więc wszystkich minut jest ta: 4680.

VI. Pewny kazał sobie kopać studnię na sążni 16, y obiecał Grabarzowi płacić za pierwszy sążeń gr: 25, za drugi 40, y tak dalej postępując przez przewyżkę 15stu groszy. Pytam, ile owa studnia kosztować będzie?

Szukam najprzód terminu największego, y mam 250, potym summy, która wypada 2200 gr: albo zł: 73. y gr: 10. Tyle więc owa studnia ma go kosztować.

II. Przykłady na progressyą Geometryczną.

I. Pan mający roczney intraty milion złotych Polskich, chce arędować drugiemu wszystkie dobra, z tym tylko warunkiem; ażeby mu co rok za ieden cały miesiąc wypłacił arędę, za

pier-

pierwszy dzień zł: 1, za drugi zł: 2, za trzeci zł: 4, y tak daley w progressyi podwoyney Geometryczney, aż do dnia 30stego. Pytam ile wyniesie summa, którąby za cały miesiąc w jednym roku wypłacić potrzeba?

Znalazłszy ostatni termin 30sty 536870912, łatwo znajduję summę za cały miesiąc złotych Polskich: 1,073,741,823.

II. Scheramus Krol Jndyi pewnemu Jndyiczukowi imieniem Dahir, który wynalazł grę Szachow, dał na wolą obrania sobie iakieyby chciał nadgrody. On o nic więcey nie prosił, tylko ażeby mu jedno ziarno pszenicy na pierwszym kwadracie w Szachownicy położone, w proporcyi Geometryczney podwoyney na każdy kwadrat dawano, aż do ostatniego, to jest do 64. kwadratu. Bardzo mała nadgroda zdała się bydź Krolowi; lecz gdy Arytmetycy w rachunek pszenicy weszli pokazało się, że ani w Państwie owego Krola, ani na całym świecie, tak wiele pszenicy znaleźć się nie może, to jest ziarn: 18,446,744,073,709,551,615.

S. 5.

*O skoku liczby cudownym, czyli o Regule kombinacyi.*

24. Co jest reguła kombinacyi?

Reguła kombinacyi jest ta, która uczy, wiele razy rzeczy iakie mogą odmieniać miejsce swoje, czyli porządek. Bywa używana w mieszaniu liter, słów, w rozsadzaniu Gości, iako y w szukaniu Anagrammatow iakiego słowa. (q)

25.

---

[q] Anagramma, jest to słowo, z inszego zrobione, liter bynajmniey nie opuszczając, lecz tylko przerzu-



25. Jak tedy poznać można, wiele razy rzecz iaka miejsce swoje odmienić może?

Następującym sposobem: ile jest rzeczy, tyle piszę naturalnym porządkiem liczb, zaczynając zawsze od 1; potem multiplikuję produkt liczby poprzedzającej, przez liczbę następującą, w rzędzie nieprzerwanym zostającą &c. Przykłady rzecz tę lepiej objaśnią.

N. p. Chcę wiedzieć, wiele razy 8 mogą się odmienić? Piszę więc liczby tak:

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.

2. 6. 24. 120. 720. 5040. 40320.

Rozmnażam najprzód 1 przez 2, y piszę ie pod 2; te zaś 2 rozmnażam przez następującą liczbę 3 w rzędzie naturalnym będącą, wychodzi 6, które piszę pod 3, y tyle razy trzy odmieniać się mogą. Potym 6 przez następującą liczbę 4 rozmnażam, a produkt 24 piszę pod 4, y tyle razy miejsce swoje odmieniają 4. Toż 24 rozmnażam przez następującą u wierzchu liczbę 5, a produkt 120 piszę pod 5. To tedy 5 może miejsce odmienić 120 razy; y tak daley postępować trzeba przez multiplikacyą. Krotko mówiąc: produkt każdy pod liczbą naturalną postawiony, pokazuje, wiele razy liczba owa, lub rzecz odmienić się może.

*Przykład I.* Chcę wiedzieć wiele razy 4 Osoby mogą inszym a inszym porządkiem usieść?

Wypada, iak wyżej pod 4, produkt 24. Tyle więc razy te 4 Osoby coraz inszym porządkiem usieść mogą. Oto dowod tego na literach: m. d. c. b.

m d c b

---

cając. N. p. Jan *anagramma* ani; Masło *anagr*: Słoma, smoła; Roża *anagr*: oraz &c.

m d c b	d m c b	c m d b	b m d c
m d b c	d m b c	c m b d	b m c d
m c d b	d c m b	c d m b	b d m c
m c b d	d c b m	c d b m	b d c m
b m d c	d b m c	c b m d	b c d m
m b c d	d b c m	c b d m	b c m d

Dwadzieścia cztery razy.

Sześć zaś Osob mogłyby inakszym zawsze sposobem siadać do stołu 720 razy, iak wyżej masz pod liczbami naturalnemi.

*Przykład II.* Chcę wiedzieć z 10 kwiatow wiele razy wianek uwić można, co raz inakszym, a inakszym sposobem?

Pod liczbą 10 wypadnie produkt: 3628800. Więc tyle razy z 10 kwiatow wianek ow co raz inaczey, a inaczey odmieniając, y przerzucając kwiaty, więc można.

Jeżeli zaś chcę wiedzieć, wiele razy parzyć się mogą rzeczy iakie z sobą, następujące pytanie sposob ukaże.

26. Jak dochodzić potrzeba, wiele razy mogą się parzyć dane rzeczy?

Tym sposobem: Daną liczbę rzeczy rozmnażam przez naybliższą mnieyszą, produktu połowica ukaże liczbę par.

N. p. Niech będzie Osob 6, ktore chcę parzyć z sobą, co raz inaczey. Pytam, wiele par różnych mieć mogą?

Rozmnażam tedy 6 przez 5 liczbę naybliższą mnieyszą od sześciu, produktu 30 połowica 15 pokazuje, iż Osob 6, 15 razy parzyć się mogą, tak aby żaden dwa razy nie był z drugim; iak widzieć można w literach: sześciu A. B. C. D. E. F. parzenie.

A B.	B C.	C D.	D E.	E F.
A C.	B D.	C E.	D F.	
A D.	B E.	C F.		
A E.	B F.			
A F.				

15 razy.

Bo w pierwszej kolumnie jest par 5, w drugiej 4, w trzeciej 3. w czwartej 2, w piątej 1, które dodawszy:  $5 + 4 + 3 + 2 + 1$  uczynią 15.

### PRZYDATEK UZYTECZNY.

*Sposob łatwy redukowania Czerwonych Złotych po złot: 16. gr: 22 y  $\frac{1}{2}$ .*

Chcę n. p. sprowadzić Czerw: złotych 20 na złote.

Nayprzod do danych Cz: zł: 20, dodam 0, będzie 200.

Powtore biorę tey liczby połowę - - 100.

Potrzenie piszę dane do zredukowania - 20.

Poczwarte biorę połowę dwudziestu - 10.

Popiąte biorę połowę dziesięciu - - 5.

Podkreślam

Dodam te liczby, wypada - - 335.

*Przykład drugi.* Chcę ieden Czerw: złoty sprowadzić na złote.

Dodam 0, będzie - - 10.

Biorę tey liczby połowę - 5.

Dany Czerw: zł: piszę - 1.

Połowa iednego - - 15.

Połowa połowy - -  $7\frac{1}{2}$

Dodam te pięć liczb, będzie zł: 16, gr: 22 y  $\frac{1}{2}$ .

Ten przykład ukazuje oczywiście niezawodność tego sposobu.

Ponie-

Ponieważ pierwsze trzy liczby wyższe oznaczają rozmnożenie danych Czerw: złotych przez 16, więc można także dane Czerw: zł: mnożyć przez 16, a do tego produktu dodać najprzód połowę, potem tej połowy połowę, wypadnie cały produkt.

N. p. Mam redukować 4. Czerw: złote :

Piszę  $\begin{array}{r} 4. \\ \times 16 \\ \hline \end{array}$

Rozmnażam przez 16  $\begin{array}{r} 4. \\ \times 16 \\ \hline \end{array}$

Mam produkt.  $\begin{array}{r} 4. \\ \times 16 \\ \hline 64. \end{array}$

Do produktu kładę połowę czterech  $\begin{array}{r} 64. \\ + 2. \\ \hline \end{array}$

Znowu tej połowy połowę  $\begin{array}{r} 64. \\ + 2. \\ \hline 66. \end{array}$

Dodałem te trzy liczby, będzie :  $\begin{array}{r} 64. \\ + 2. \\ + 2. \\ \hline 68. \end{array}$

Co iedno jest, iakbym pierwszym sposobem rozmnażał ; doświadczający uznać to musi.

Niezawodność tego sposobu tak się okazuje. Aby dobrze redukować Czerwone złote po złot: 16, gr: 22 y  $\frac{1}{2}$ , trzeba dane do sprowadzenia Czerw: złot: pomnażać przez złot 16, gr: 22 y  $\frac{1}{2}$  ; Otoż takowa odprawuje się moltiplikacya pomienionym sposobem. *Najprzód* Kiedy dodałem 0, iedno jest iakbym ten 1. rozmnażał przez 10, więc już mam dany do redukcji Czerw: zł: 1 rozmnożony przez dziesięć. *Powtore* Kiedy biorę tej liczby, do ktorej się dodało 0, to jest 10, połowę, będzie 5, iedno jest iakbym Czerw złot: rozmnażał przez 15, bo dodawszy do 10 pięć, czyni 15. *Potrzecie.* Kiedy kładę dane Czerw: zł: iak w drugim przykładzie 1, iedno jest, iakbym ten pierwszy 1 z cyfrą pomnażał przez 16, ponieważ do 10 dodawszy pięć y iedno, uczyni 16 ; Więc już mam w tych trzech liczbach rozmnożony Czerw: złot: przez 16. Trzeba jeszcze

rozmnażać przez gr: 22 y  $\frac{1}{2}$ , czyli przez trzy osmaki, to jest przez trzy części złotego; Zaczynając kiedy biorę połowę 1, tym samym biorę dwie części, abym tedy jeszcze jedną część wziął, trzeba mi brać tej połowy połowę, gdyż połowa połowy rzeczy iakiej, jest jedna część z czterech części, na które się rzecz dzieli. Więc biorę trzy części złotego, to jest: gr: 22 y  $\frac{1}{2}$ . Przykład drugi należyście to obiasnia.

Jeżeli tym sposobem sprowadzając Czer: zł: czwarta liczba będzie taka, która nie może się podzielić na poł, ale zbędzie 1, to tego jednego połowę pisać trzeba na boku, to jest 15, a na piątą liczbę wziąć trzeba połowę y czwartę liczbę, y tych 15, to jest 7, y  $\frac{1}{2}$ .

*Przykład.* Chcę redukować 7 Cz: zł:

Dodać do 7 cyfrę, będzie - - - 70.

Biorę połowę siedmiudziesiąt - - - 35.

Piszę dane Czerw: złote - - - 7.

Biorę 7 połowę, będzie 3, y gr: 15.

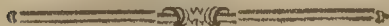
to jest - - - 3. 15.

Biorę znowu połowę, 3, y 15, będzie: 1. 22.  $\frac{1}{2}$ .

Dodać te liczby, będzie - - - 117. 7  $\frac{1}{2}$ .

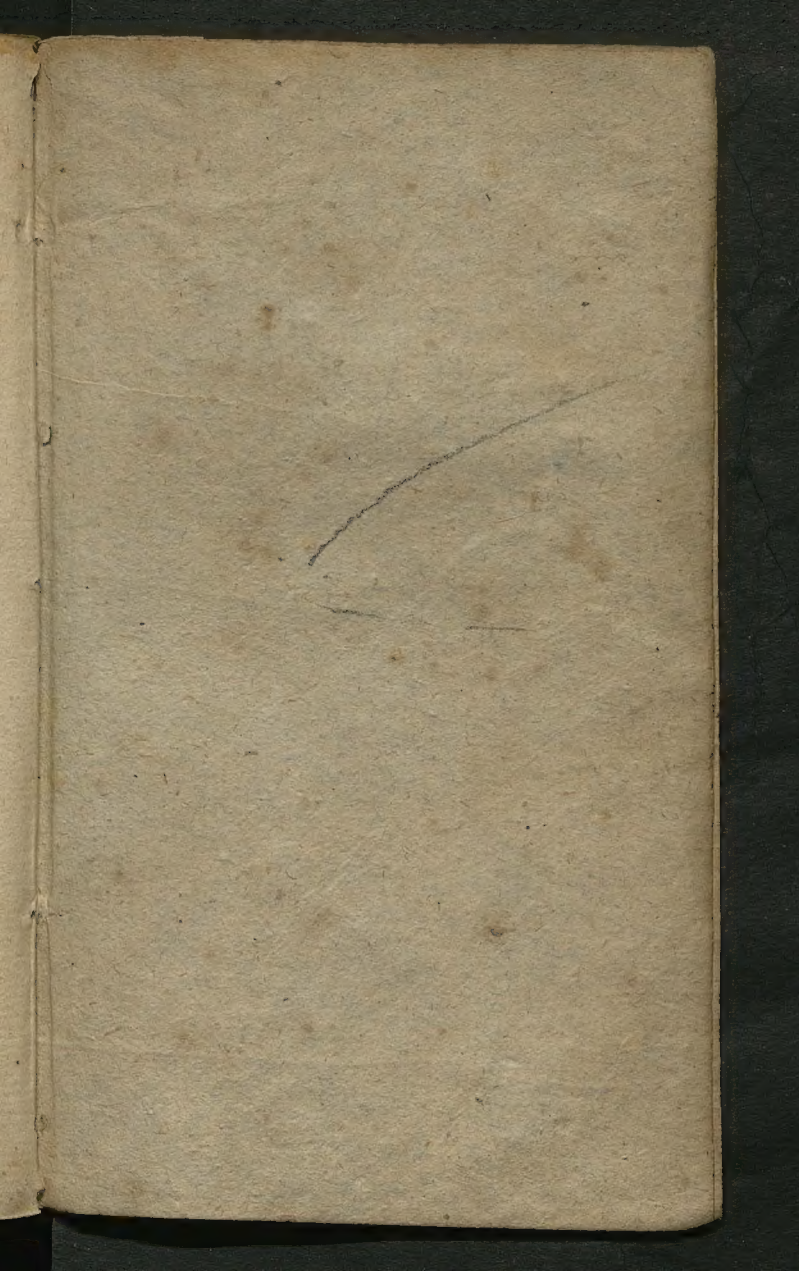
Te liczby tak się dodawać powinny, iak zwyczajnie w Addycyi liczb różnego gatunku.

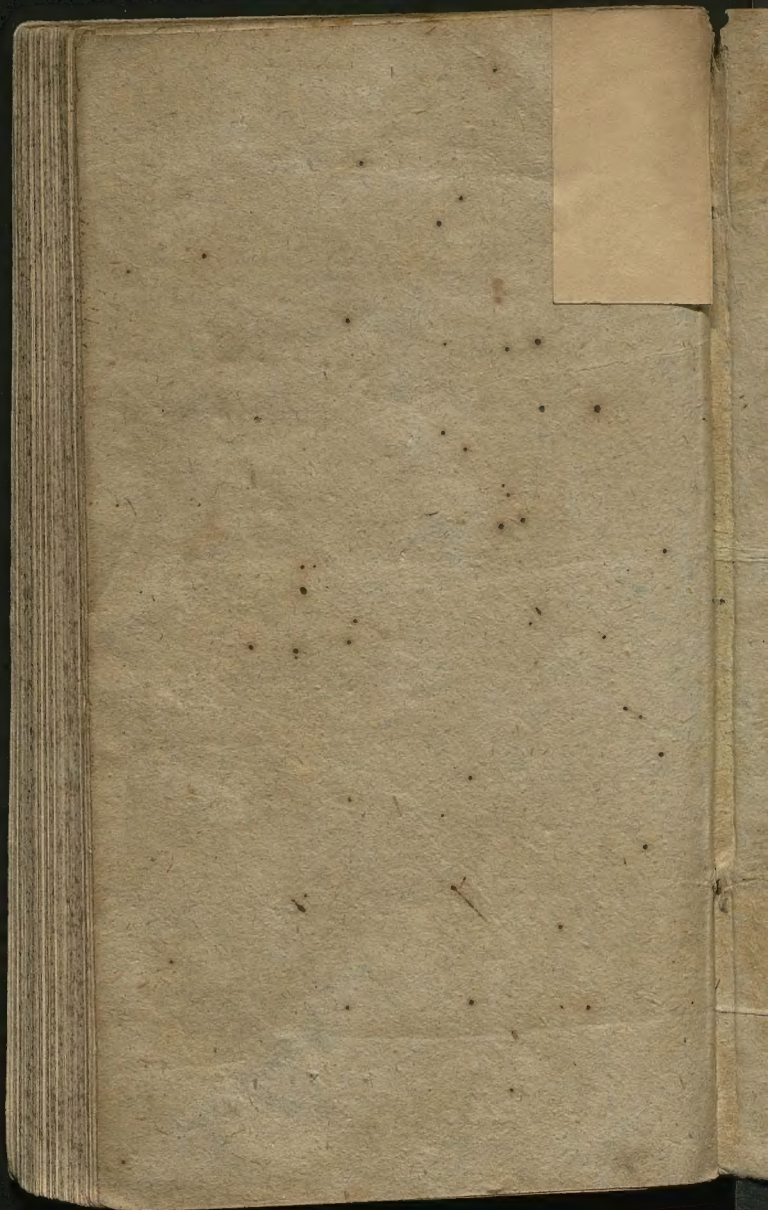
KONIEC ARYTMETYKI.



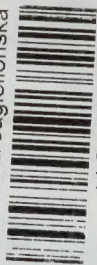








Biblioteka Jagiellońska



stdr0027844



